

POSSÍVEIS INDICADORES DE INVARIANTES OPERATÓRIOS PERTINENTES AOS CAMPOS CONCEITUAIS DA ELETRODINÂMICA E PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO

POSSIBLE OPERATIONAL INVARIANTS INDICATORS RELEVANT TO THE CONCEPTUAL FIELDS OF ELECTRODYNAMICS AND PROPORTIONALITY IN INTEGRATED SECONDARY SCHOOL

Suziane Bopp Antonello

suzibopp@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria – Colégio Técnico Industrial de Santa Maria – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde

Isabel Krey Garcia

ikrey69@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde

Maria Cecília Pereira Santarosa

maria-cecilia.santarosa@ufsm.br

Universidade Federal de Santa Maria – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde

Giliane Höer Clavé Baggio

gillianeclave@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

Jean Lucas Lopes de Lopes

jl_russo@hotmail.com

Universidade Federal de Santa Maria

RESUMO

Este artigo apresenta uma atividade que foi implementada em uma turma de 36 alunos do primeiro ano de um Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio. A atividade foi composta de situações nas quais os alunos manipularam instrumentos para realizar medições, utilizaram-se de um computador dotado de software Excel para plotar valores e construir gráficos, além de formalizar o conceito de Função e suas representações. Algumas situações foram desenvolvidas nos Laboratórios de Eletrônica e de Informática. Para isso, foram aplicados dois instrumentos de avaliação: um antes da atividade e outro depois. A análise do conhecimento prévio dos alunos possibilitou conhecer possíveis indicadores de invariantes operatórios em relação a alguns dos conceitos presentes nos campos considerados no estudo. Esse mapeamento contribuiu para a apresentação e o desenvolvimento das situações, direcionando-as de forma a propiciar a construção de teoremas-em-ação mais próximos dos cientificamente aceitos, além de servir de base para a formação de novos conceitos, e, por consequência, revelar evidências de aprendizagem significativa. A atividade objetivou verificar alguns indicadores de possíveis invariantes operatórios, demonstrados pelos alunos, pertinentes aos campos conceituais da Eletrodinâmica, Proporcionalidade e Função.

PALAVRAS-CHAVE: resistência elétrica; grandezas diretamente e inversamente proporcionais; função; invariantes operatórios; Ensino Médio Integrado.

ABSTRACT

This paper describes an activity implemented with a group of thirty-six students from a technical high school program in electrical engineering. The activity was composed of situations in which the students manipulated instruments and made use of a computer program in order to measure values and graphics and to formalize the function concept and its representations. Some situations were carried out in Computer and Electronics Laboratories. For the purpose of the study, two evaluating instruments were applied, one before and another after the activity. By examining students' previous knowledge, it was possible to recognize indicators of operational invariants relative to some of the concepts present in the fields considered in the study. Therefore, the conceptual mapping contributed to the situations' development and presentation, enabling to direct the activities toward the construction of a theorem-in-action closer to the ones scientifically accepted and, thus, to serve as basis for the promotion of new concepts. Consequently, those activities revealed evidences of significant learning. The activity sought to verify some indicators, demonstrated by students, of possible operational invariants concerning the fields of Electrodynamics, Proportionality and Function.

KEYWORDS: *electric resistance; inversely and directly proportional magnitudes; function; operational invariants; Integrated Secondary School.*

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta um recorte de uma tese de doutorado em Educação em Ciências que está em andamento que procura suscitar reflexões e apresentar ações metodológicas para reforçar as estratégias de integração e promover a interdisciplinaridade entre a Matemática e as disciplinas de Eletrotécnica I e Eletrotécnica II, disciplinas das áreas técnicas do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do Colégio Técnico Industrial de Santa Maria.

Com o intuito de desenvolver formas alternativas de abordagens dos conceitos matemáticos por meio da integração, com vistas à aprendizagem significativa, este artigo tem por objetivo apresentar uma das ações desenvolvidas na disciplina de Matemática durante a pesquisa para obter indícios de aprendizagem por meio da identificação de invariantes operatórios presentes nas respostas dos alunos às questões propostas.

Pretende-se neste trabalho responder à questão: construir o conceito de função, por meio de situações, pode proporcionar aos alunos a compreensão de significados e promover o estabelecimento das relações existentes entre os campos conceituais da Eletrodinâmica e da Matemática?

Apesar de o Ensino Médio Profissionalizante almejar a integração entre as áreas de conhecimentos gerais e as de conhecimentos específicos, sabe-se que em relação ao assunto, há possibilidades e limitações (CARLOS, 2007; HARTMANN e ZIMMERMANN, 2007; DAL MOLIN et al., 2016).

Por um lado, documentos legais amparam a integração, a interdisciplinaridade e a contextualização. Pode-se citar, por exemplo, o Documento Base da Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrada ao Ensino Médio (BRASIL, 2007) que aponta a interdisciplinaridade como um caminho, seja como princípio organizador do currículo, seja como método de ensino-aprendizagem para a integração entre o todo e as partes, os conhecimentos gerais e os específicos, a contemporaneidade e a historicidade. Conforme as características, concepções e pressupostos propostos, o Ensino Médio Integrado almeja superar a dualidade entre Educação básica e Educação profissional, visando a

[...] um tipo de ensino médio que garanta a integralidade da educação básica, ou seja, que contemple o aprofundamento dos conhecimentos científicos produzidos e acumulados historicamente pela sociedade, como também objetivos adicionais de formação profissional numa perspectiva da integração dessas dimensões [...] ao adotar a ciência, a tecnologia, a cultura e o trabalho como eixos estruturantes, contempla as bases em que se pode desenvolver uma educação tecnológica ou politécnica e, ao mesmo tempo, uma formação profissional *stricto sensu*, exigida pela dura realidade socioeconômica do país (BRASIL, 2007, p. 24)

Por outro lado, há limitações como as apontadas por Fazenda (1991) que classifica e descreve obstáculos a serem transpostos a fim de eliminar as barreiras entre os professores e suas disciplinas, em prol do desenvolvimento de uma prática interdisciplinar. Já Gonçalves, Dias e Peralta (2015) e Pires (2004) apontam dificuldades em relação aos professores estarem imbuídos de racionalidade técnica; em relação à formação inicial se apresentar-se de forma disciplinar e ao distanciamento entre professores.

Pode decorrer disso um ensino em que os saberes ficam fragmentados, e o aluno necessite ser o responsável pelas integrações passíveis de serem realizadas, sendo que ele, por si só, não consegue entender as aplicações ou as relações existentes entre a Matemática e outras disciplinas (GERHARD, 2010; SANTAROSA e MOREIRA, 2011; SANTAROSA, 2013).

Uma vez que o ensino técnico corrobora para que o jovem compreenda o trabalho como formação humana, atingida conforme as capacidades de decisão, vão se desenvolvendo e as ações vão sendo alicerçadas pela inter-relação entre teoria e prática, Ramos (2008) considera que a educação básica e a educação profissional devem ser indissociáveis: a formação profissional não pode ser construída distantemente da formação geral e vice-versa; caso contrário, a educação profissional se resumiria a um curso de treinamento. O estudante precisa estar respaldado por conhecimentos da educação básica e por fundamentos para o exercício profissional para que, assim, sua inserção na vida produtiva seja garantida de forma digna.

Articular a Matemática com disciplinas técnicas do curso, de maneira a integrar conhecimentos gerais e específicos, fazendo com que uma disciplina de formação geral, como é a Matemática, vá além de servir para instrumentalizar outra da formação profissional, pode proporcionar ao aluno a compreensão de que todas elas fazem parte de um mesmo contexto e avançar na ideia de que uma complementa a outra.

A reflexão sobre melhores formas para a condução dos trabalhos em sala de aula, frente ao aluno, faz com que se busquem alternativas para facilitar o aprendizado para a aplicabilidade dos conteúdos nas áreas técnicas do curso e, principalmente, para oportunizar a integração e o diálogo entre as disciplinas.

A Matemática é importante para a formação geral dos alunos, como indica o autor:

A apropriação de conhecimentos científicos e matemáticos³ é fundamental para que o indivíduo exerça adequadamente sua cidadania e conviva de modo satisfatório em meio às mudanças vividas no contexto societário, local e planetário. Nos diversos espaços da vida física e social, a Matemática está presente, sendo necessária para a utilização de códigos, notações, relações e esquemas explicativos, demonstrações teóricas etc. (MANFREDO, 2004, p. 42)

É importante salientar que, para que ocorra a apropriação do conhecimento, é necessário que ele seja construído com o aluno e não apresentado de forma imposta, por meio de

fórmulas ou técnicas abstratas e mecânicas propostas sob uma visão homogênea e fragmentada dos fenômenos sociais e naturais.

Nesse sentido, buscar trabalhar as disciplinas de forma integrada, com diálogo e consenso entre os professores, sobre o que uma disciplina tem a oferecer à outra, desenvolvendo conteúdos que interajam entre si, com situações ou ideias sendo construídas ou discutidas, possibilita ao estudante compreender de forma globalizada o mundo e as transformações que nele ocorrem. Essa estratégia busca auxiliar o indivíduo a articular seus conhecimentos e possibilita que ele haja de modo cada vez mais crítico.

A atividade apresentada neste artigo é formada por situações derivadas de uma situação experimental relacionada ao conceito de resistência elétrica cujos objetivos são:

- verificar experimentalmente os valores da resistência elétrica e suas relações com o comprimento, a área da secção transversal e a resistividade de um fio condutor segundo a Lei de Ohm;
- construir gráficos com o auxílio do software Excel;
- verificar o comportamento do gráfico da resistência em função do comprimento, tomando-se fixos a resistividade do material e a área da secção transversal do fio;
- verificar o comportamento do gráfico da resistência em função da área da secção transversal do fio, tomando-se fixas a resistividade do material e o comprimento;
- reconhecer o comportamento gráfico das grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Como já mencionado, este trabalho faz parte de uma pesquisa mais ampla e apresenta situações desenvolvidas com os alunos para a introdução do assunto sobre Funções dentro da disciplina de Matemática. As atividades construídas e os resultados foram embasados e analisados de acordo com os referenciais teóricos da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, que serão apresentados na sequência.

REFERENCIAIS TEÓRICOS

A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) está embasada na crença de que o cerne do desenvolvimento cognitivo é o processo de conceitualização do real. Moreira (2009a) afirma que, por esse motivo, deve-se observar atentamente os aspectos conceituais dos esquemas e a análise conceitual das situações para as quais os alunos aprimoram seus esquemas.

A teoria possui influência de Piaget como explicado pela autora:

A TCC tem por premissa primeira que o conhecimento emerge de resolução de problemas, sejam eles de caráter teórico ou prático. [...] uma segunda premissa tomada pela TCC é que o conhecimento emerge a partir da ação do sujeito sobre a situação. [...] enquanto para Piaget a ação do sujeito é sobre o objeto, para Vergnaud ela é sobre a situação. E Vergnaud completa afirmando que essa ação precisa de uma **reflexão** para que não se torne apenas uma competência adquirida, mas sim, que se encaminhe na direção da formação e desenvolvimento do conceito (MAGINA, 2005, p. 1).

Moreira (2009a) afirma que o princípio da Teoria de Vergnaud é que o conhecimento está organizado em campos conceituais e que o indivíduo, conforme vai amadurecendo, aprendendo ou vivenciando experiências, vai dominando esses campos em um processo que leva um grande período de tempo. Formar um conceito é um processo longo e que exige a interação de diversas situações. De acordo com a teoria, uma única situação não envolve um único conceito, mas vários. Entretanto, são necessárias várias situações para que um dado conceito seja totalmente compreendido pelo sujeito.

Segundo Moreira (2009a), o foco do estudo de Vergnaud é o funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação", considerando as variáveis da situação, as informações já compreendidas no acervo cognitivo do aluno, as operações necessárias e utilizadas para a resolução da situação, e as especificidades envolvidas na situação levando em conta o conteúdo envolvido.

Como já foi dito, as situações é que dão sentido ao conceito; as situações é que são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito; um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações. Mas o sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos (MOREIRA, 2009a, p. 38).

São as situações que atribuem sentido ao conceito, e é por meio delas que um conceito adquire significado, conforme vão se estabelecendo as relações com as experiências vivenciadas. Não é aprendendo uma solução para cada situação que o indivíduo aprende, mas, sim, pela formação de conceitos operatórios que permitem tratar diferentes situações.

As situações são definidas como "um dado complexo de objetos, propriedades e relações num espaço e tempo determinados, envolvendo o sujeito e suas ações" (FRANCHI, 1999, p. 158).

Franchi (1999) afirma que o conhecimento vai se constituindo e se desenvolvendo com o passar do tempo conforme o indivíduo vai interagindo e se adaptando com as situações as quais é exposto, e o funcionamento cognitivo do sujeito em situação se estabelece sobre os conhecimentos anteriormente formados.

Vergnaud define campo conceitual como um conjunto de problemas ou situações que, para as suas análises, tratamentos ou resoluções, exigem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas e as suas inter-relações (MAGINA, 2005). Sendo a conceitualização o ponto principal do desenvolvimento cognitivo para essa teoria, Moreira (2009a) apresenta o conceito sendo descrito como uma terna formada pela relação entre três conjuntos $C = (S, I, R)$ significando:

- i) O conjunto S das situações que dão sentido aos conceitos do objeto em questão;
- ii) O conjunto I de invariantes operatórios, constituídos pelos teoremas-em-ação e os conceitos-em-ação, que são os conhecimentos contidos nos esquemas, as propriedades, as relações ou os procedimentos necessários para definir o objeto envolvido na situação ou inferir as ações a serem tomadas;
- iii) O conjunto R das representações simbólicas que, por meio das simbologias, linguagem, gráficos, diagramas etc., relacionam as propriedades do objeto (invariantes operatórios) com seu significado (situações) e vice-versa.

A teoria entende um teorema-em-ação como sendo uma proposição sobre o real considerada como verdadeira e o conceito-em-ação como uma categoria de pensamento considerada como relevante. Os teoremas-em-ação são proposições ou as relações

matemáticas consideradas como verdadeiras que são utilizadas implicitamente na resolução de um problema, aparecendo de modo subjacente ou intuitivo durante os procedimentos dos alunos, podendo, até mesmo, serem errados ou equivocados. Já os conceitos-em-ação são considerados como graus de pensamento pertinentes ao indivíduo, como, por exemplo, os argumentos utilizados por eles (VERGNAUD, 1996, p. 202). Krey (2009, p. 22) destaca que “na maioria das vezes, os invariantes operatórios, assim como os esquemas, não são utilizados conscientemente pelo sujeito, e cabe ao professor mediar a explicitação deste conhecimento”.

De acordo com Vergnaud (1993) pode-se dizer, então, que os alunos se desenvolvem cognitivamente quando experimentam uma variedade de situações. Ao se depararem com situações desconhecidas, eles buscarão os conhecimentos adquiridos e utilizados em situações mais simples e tentarão adaptá-los às novas por meio da elaboração dos esquemas que são constituídos de invariantes operatórios dados por teoremas ou conceitos implícitos, sendo verdadeiros ou não, corretos ou não. O desenvolvimento cognitivo ocorrerá quando os alunos conseguirem explicitar, negociar ou transformar invariantes operatórios em teoremas ou conceitos científicos.

Otero et al. (2014) reforça as ideias anteriores da seguinte forma:

Para a conceitualização são tão indispensáveis, a ação operatória do sujeito em situação, como o uso de significantes explícitos, devido a que, só através das situações e dos problemas que se pretendem resolver, um conceito adquire sentido para quem enfrenta a situação (OTERO et al., 2014, p. 17).

Desta forma, ao compreender um conceito, o indivíduo deve conseguir manejar adequadamente o conjunto $C = (S, I, R)$, ou seja, dar conta de diferentes situações que envolvam o conceito em questão, utilizando-se de invariantes operatórios adequados e representar de forma simbolicamente correta do ponto de vista científico.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel

A Teoria da Aprendizagem Significativa considera que os processos mentais causam influência no processo de modificação do conhecimento e que possui como ideia central o conceito de aprendizagem significativa que, segundo Moreira (2009b, p. 8), “é o processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não-literal) e não arbitrária a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo”.

Moreira, Caballero e Rodriguez (1997) relatam que para Novak¹, a predisposição para a aprendizagem significativa está relacionada com o pensamento, os sentimentos e as ações, isto é, dizem respeito à experiência afetiva à qual o aluno vivenciou ou vivencia, seja ela positiva, que gera ganhos para a compreensão; seja negativa, que gera perdas ou resistências para o aprendiz. É como se a predisposição para aprender e a aprendizagem significativa estivessem em um “círculo virtuoso”: o aluno estando predisposto a aprender sente-se motivado positivamente, o que facilitará a ocorrência da aprendizagem e assim se sentirá ainda mais motivado para aprender, estabelecendo-se, então, o “ciclo”.

Ausubel afirma que a aprendizagem será significativa conforme o novo conteúdo vai sendo incorporado às estruturas de conhecimentos prévios dos alunos (PELIZZARI et al., 2002). Se não houver a atribuição de significado, a aprendizagem se tornará mecânica, repetitiva, e o conteúdo será armazenado sem associações na estrutura cognitiva. Segundo Santarosa (2013, p. 84), “na aprendizagem mecânica as informações são retidas brevemente,

¹Joseph Novak, professor americano, coautor da segunda edição do livro da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Desenvolveu a Teoria dos Mapas Conceituais como instrumentos para a aprendizagem.

ao passo que na aprendizagem significativa as informações têm chance de ficarem retidas por um longo período de tempo”.

Nesta teoria, o conhecimento novo deve ter conexão com o conhecimento prévio, caso contrário não haverá aprendizagem significativa. Assim, salientam-se que as proposições de Ausubel:

partem da consideração de que os indivíduos apresentam uma organização cognitiva interna baseada em conhecimentos de caráter conceitual, sendo que a sua complexidade depende muito mais das relações que esses conceitos estabelecem em si que do número de conceitos presentes. Entende-se que essas relações têm um caráter hierárquico, de maneira que a estrutura cognitiva é compreendida, fundamentalmente, como uma rede de conceitos organizados de modo hierárquico de acordo com o grau de abstração e de generalização (PELIZZARI et al., 2002, p. 38)

No processo da aprendizagem significativa, a nova informação é alicerçada pelos conhecimentos prévios, denominados por Ausubel como "*subsumers*", traduzidos como subsunçores, que são os conhecimentos prévios dados em formas de conceitos, ideias, proposições, premissas, leis, teoremas, propriedades, imagens etc., relevantes, que estão presentes antecipadamente na estrutura cognitiva do aluno e que servem para ancorar a nova informação a ser agregada com significado para ele. Segundo Moreira (2009b, p. 8), "pode-se, então, dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação 'ancora-se' em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva". A estrutura cognitiva seria constituída dos subsunçores, ou seja, os conhecimentos específicos que o aluno já possui e as inter-relações entre eles.

Novak (2000 apud SANTAROSA, 2013) afirma que são três as condições para que haja aprendizagem significativa: o aluno deve possuir conhecimentos prévios essenciais que possam se relacionar com os novos conhecimentos, o material fornecido pelo professor deve ser potencialmente significativo e o aluno deve estar predisposto a aprender significativamente.

Essas três condições devem ocorrer concomitantemente, isto é, não haverá aprendizagem significativa se só uma das condições for verificada. Por exemplo, pode ocorrer de o material do professor ser potencialmente significativo, mas o aluno estar predisposto a aprender de forma mecânica, por meio de repetições, ou, em outra situação, pode ocorrer de o aluno apresentar-se predisposto a aprender de forma significativa, mas não possuir os subsunçores necessários para incorporar novos conhecimentos. Em qualquer uma delas, não há garantia de aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa só ocorre quando um novo conhecimento se relaciona de forma substantiva e não arbitrária a outro já existente, quando o aluno esteja predisposto a aprender dessa forma e a situação de ensino ou o material do professor seja potencialmente significativo, considerando o contexto no qual o aluno esteja inserido e o objeto de estudo tenha significado para ele.

Vale salientar um exemplo dado pelo próprio Ausubel que envolve o assunto em questão:

Um estudante pode aprender a Lei de Ohm, a qual indica que, num circuito, a corrente é diretamente proporcional à voltagem. Entretanto, essa proposição não será aprendida de **maneira significativa a menos que** o estudante já tenha adquirido, previamente, os significados dos conceitos de corrente, voltagem, resistência, proporcionalidade direta e inversa (satisfeitas

estas condições, a proposição é potencialmente significativa, pois seu significado lógico é evidente), e a **menos que tente** relacionar estes significados como estão indicados na Lei de Ohm (MOREIRA, 2006, p. 21, grifo do autor).

Sobre as evidências da aprendizagem significativa, pode-se dizer que não são facilmente detectadas. Moreira (2006) relata que o resultado dessa aprendizagem é a aquisição de significados.

Mas, Moreira e Masini (1982) afirmam que algumas características apresentadas pelos alunos são possíveis de percepção como, por exemplo, a transcendência e posse de significados claros e precisos, a elaboração e interação entre conceitos, a demonstração de especificidades e a aquisição de novos significados, podem ser compreendidas como evidências de aprendizagem significativa.

Os autores indicam que uma possibilidade para verificar a ocorrência de aprendizagem significativa é a de propor ao aluno uma tarefa de aprendizagem que dependa sequencialmente da proposta anterior, a qual não possa ser realizada ou desenvolvida sem a real compreensão da precedente.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A atividade foi desenvolvida com 36 alunos de uma turma de primeiro ano do Curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio do Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, localizado na cidade de Santa Maria – RS, que é uma escola técnica vinculada à Universidade Federal de Santa Maria.

A atividade foi realizada em três fases e planejada, elaborada e implementada por dois professores voluntários, o professor da disciplina de Eletrotécnica I e a professora pesquisadora, regente da turma.

A primeira fase ocorreu em sala de aula, em um período e meio de aula, com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos alunos. Optou-se por elaborar e aplicar um questionário (Instrumento I), indicado no Quadro 1 abaixo, que pudesse fornecer dados sobre os significados e indicadores de possíveis invariantes operatórios contidos no campo conceitual da Eletrodinâmica e da Proporcionalidade.

A primeira questão do Instrumento I, subdividida em quatro itens, interrogava sobre os significados atribuídos pelos estudantes aos conceitos de resistência elétrica, multímetro, grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Solicitava-se ao aluno que descrevesse ao máximo o que ele sabia sobre esses conceitos. Além disso, era importante ao professor reconhecer o quanto os alunos possuíam de conhecimento sobre o aparelho multímetro, pois eles necessitariam manipulá-lo para realizar as medições.

Quadro 1: Instrumento I aplicado aos alunos antes do desenvolvimento da atividade.

<p>VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS PARA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADE EXPERIMENTAL</p> <p>NOME:</p> <p>1. Procure descrever o máximo do que você sabe sobre:</p> <p>1.1 Resistência elétrica</p>

- 1.2 Multímetro
- 1.3 Grandezas diretamente proporcionais
- 1.4 grandezas inversamente proporcionais
2. Responda da melhor forma possível:
- 2.1. Você conhece a relação $R = \rho \frac{L}{A}$?
- 2.2. Quais as grandezas (ou variáveis) que estão envolvidas na relação acima?
- 2.3. Escreva tudo o que você sabe sobre essa relação.
3. Você sabe como podemos distinguir fios mais grossos dos mais finos? Há alguma medida que possamos utilizar para essa distinção?
4. Você sabe o nome que é dado ao parâmetro que indica a característica específica que cada material, com dimensões unitárias, possui em relação ao quanto ele se opõe à passagem de uma corrente elétrica?

Fonte: Elaborado pelos autores.

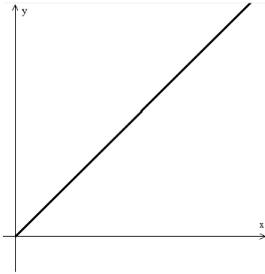
No momento da aplicação do Instrumento I, apenas 25 alunos da turma estavam presentes e esses responderam ao questionário de forma descritiva, individual e sem acesso a materiais para consulta. Suas respostas foram categorizadas de acordo com os teoremas-em-ação que exteriorizaram, de forma a possibilitar a realização de algumas inferências sobre os indicadores de possíveis invariantes operatórios.

O Instrumento I foi aplicado a fim de se levantar as concepções prévias dos alunos acerca dos conceitos que seriam utilizados durante a atividade. Os questionários foram analisados e posteriormente devolvidos para os alunos. No momento da devolução dos questionários os alunos foram incentivados a manifestarem seus conhecimentos e experiências, ficando à vontade para falar sobre as aulas de Eletrotécnica, as práticas nos laboratórios, sobre o que já haviam estudado sobre os temas e conceitos até o momento. As discussões foram conduzidas pelo professor de Matemática, regente da turma e pelo professor da disciplina de Eletrotécnica. A discussão serviu de base para novas avaliações e levantamentos sobre os conhecimentos prévios dos alunos.

Almejava-se que os alunos demonstrassem outros teoremas-em-ação além dos verificados sobre o conceito de grandezas diretamente proporcionais e algumas representações simbólicas condizentes com os conceitos cientificamente aceitos, tais como apresentados no Quadro 2 a seguir:

Quadro 2: Teoremas-em-ação e representações simbólicas almejadas condizentes com os conceitos cientificamente aceitos sobre grandezas diretamente proporcionais.

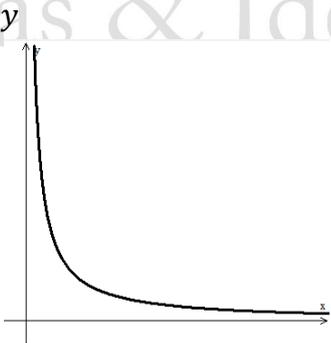
Teorema-em-ação almejado	Representação simbólica almejada
“Duas grandezas x e y são diretamente proporcionais quando a razão (divisão) entre elas é constante”.	$\frac{x}{y} = k$ onde k é a constante de proporcionalidade.

" O formato do gráfico de duas grandezas diretamente proporcionais é de uma reta que passa pela origem".	
"Há uma forma simbólica para representar duas grandezas que são diretamente proporcionais".	$x \propto y$ <p>Lê-se: x é diretamente proporcional a y</p>

Fonte: Elaborado pelos autores.

Sobre as grandezas inversamente proporcionais, almejava-se alguns teoremas-em-ação sobre o conceito dessas e algumas das representações simbólicas que poderiam ser demonstradas nas respostas dos alunos, apresentados na Quadro 3 abaixo.

Quadro 3: Teoremas-em-ação e representações simbólicas almejadas condizentes com os conceitos cientificamente aceitos sobre grandezas indiretamente proporcionais.

Teorema-em-ação almejado	Representação simbólica almejada
"Duas grandezas x e y são inversamente proporcionais quando o produto entre elas é constante."	$x \cdot y = k$ onde k é a constante de proporcionalidade.
" O formato do gráfico de duas grandezas inversamente proporcionais é de uma curva chamada hipérbole".	
"Há uma forma simbólica para representar duas grandezas que são inversamente proporcionais".	$x \propto \frac{1}{y}$ <p>Lê-se: x é inversamente proporcional a y</p>

Fonte: Elaborado pelos autores.

A segunda fase ocorreu nos Laboratórios de Eletrônica e Informática em dois períodos de aula. Na ocasião, foi realizada a atividade experimental propriamente dita, organizada em três momentos distintos, conforme apresentado no Quadro 4. O primeiro momento foi realizado em sala de aula, o segundo, no Laboratório de Eletrônica onde os alunos foram dispostos em grupos de três por bancada. Cada bancada era constituída de um Painel Dias

Blanco, um multímetro de bancada da marca Politerm disponível no laboratório e três roteiros impressos para cada aluno.

Quadro 4: Ações desenvolvidas em cada um dos três momentos da segunda fase da atividade.

Momentos da atividade	Ações desenvolvidas
Primeiro momento	Entrega do roteiro e apresentação dos objetivos da atividade.
	Cálculo dos valores das resistências para fios condutores de mesmo material e mesma área de secção transversal, mas de diferentes comprimentos, utilizando a relação $R = \rho \frac{L}{A}$.
	Cálculo dos valores das resistências para fios condutores de mesmo material e mesmo comprimento, mas com diferentes áreas de secção transversal, utilizando a relação $R = \rho \frac{L}{A}$.
Segundo momento	Medição do valor das resistências para fios condutores de mesmo material e mesma área de secção transversal, mas de diferentes comprimentos.
	Medição da resistência para fios condutores de mesmo material e mesmo comprimento, mas com diferentes áreas de secções transversais.
Terceiro momento	Construção de tabela e do gráfico de R x L com os dados obtidos na parte anterior com o auxílio do Software Excel.
	Construção de tabela e do gráfico de R x A com os dados obtidos na parte anterior com o auxílio do Software Excel.
	Avaliação.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os Painéis Dias Blanco utilizados são da marca Brax Tecnologia, destinados para o estudo da Lei de Ohm para medir a resistência elétrica e verificar as relações com o comprimento, natureza do material e a área da secção transversal do condutor. Cada painel possui dimensões de 58 cm de comprimento por 28 cm de largura, com três fios resistivos de níquel-cromo e um de aço inox, com diâmetros diferentes e dispostos de 10 em 10 cm, atingindo o comprimento máximo de 50 cm, como apresentado na fotografia (Figura 1), em que um aluno está manipulando os instrumentos.



Figura 1: Aluno manipulando o Painel Dias Blanco e o Multímetro de bancada.

Fonte: Elaborado pelos autores.

O terceiro momento ocorreu no Laboratório de Informática, no qual cada aluno, munido de um computador, transcreveu os valores medidos e construiu os gráficos com o auxílio do software Excel. A Figura 2, a seguir, apresenta o layout do software.

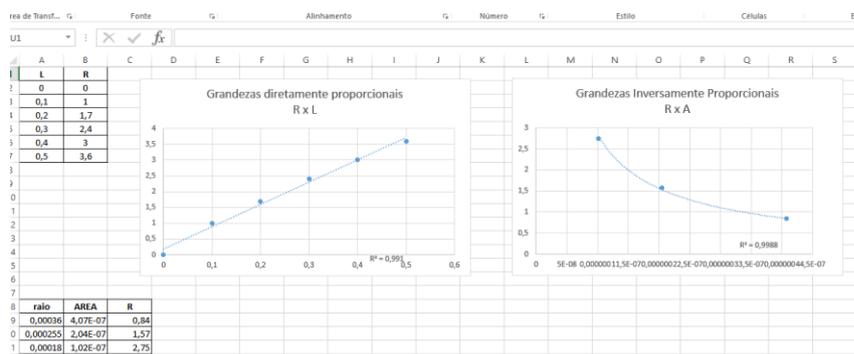


Figura 2: Layout da planilha Excel com as tabelas e os gráficos construídos pelos alunos.
 Fonte: Elaborado pelos autores.

A terceira fase da atividade ocorreu em um período de aula no Laboratório de Informática, quando foi aplicado o Instrumento II (Quadro 5) como forma de avaliação.

Quadro 5: Instrumento II aplicado aos alunos após a atividade.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

NOME:

- Na relação $R = \rho \frac{L}{A}$ pode-se dizer que:
 - R é proporcional a A .
 - R é proporcional a L .
 - R é proporcional a ρ .
- Grandezas diretamente proporcionais são representadas por um gráfico em forma de uma que passa pela do sistema cartesiano.
- Grandezas inversamente proporcionais são representadas por um gráfico em forma de uma que nunca toca os eixos e
- No caso de tomarmos cinco fios condutores de diferentes materiais, mas de mesmo comprimento e de mesmo diâmetro, quais as grandezas que seriam constantes e quais seriam as variáveis na função $R = \rho \frac{L}{A}$? Como você reescreveria a nova lei da função? Como se comportaria o gráfico nesse caso?
- Na tabela abaixo a relação $R = \rho \frac{L}{A}$ está escrita em uma notação diferente, mas que não altera o significado. Complete a tabela, identificando em cada uma das funções as variáveis dependentes e independentes:

Lei da função	Variável independente	Variável dependente	Valor fixo (k)	“Nova” função	Gráfico
$R = f(\rho) = \rho \frac{L}{A}$					

$R = f(L) = \rho \frac{L}{A}$					
$R = f(A) = \rho \frac{L}{A}$					

6. No caso da função $R = f(\rho, L, A) = \rho \frac{L}{A}$, quantas são as variáveis envolvidas? Quais as variáveis independentes e qual a dependente?

Fonte: Elaborado pelos autores.

O Instrumento II foi elaborado conforme sugerido por Moreira e Masini (1982), que indicam que para se procurar evidências de compreensão significativa é importante que testes de conhecimento possuam questões e problemas novos, diferentes dos já apresentados aos alunos, para os quais os alunos necessitam realizar transformações dos conhecimentos já existentes.

A coleta dos dados também levou em consideração as observações realizadas pelos professores que implementaram a atividade em relação à motivação, à participação, ao envolvimento e entendimento por parte dos alunos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o completo entendimento do conceito de função é importante que o aluno seja capaz de representar simbolicamente os elementos envolvidos e aplicar o conceito adequadamente a diversas situações. Neste trabalho as situações contextualizaram assuntos da disciplina de Eletrotécnica I, visto que os alunos são de um curso técnico.

Acredita-se que fazer com que o estudante se depare com diferentes situações e a tentativa de verificar os invariantes operatórios, algumas vezes implícitos na estrutura cognitiva do aluno, podem promover com mais facilidade a construção do conceito desejado. Procurou-se obter indícios de aprendizagem por meio da identificação de invariantes operatórios presentes nas respostas dos alunos às questões propostas.

Para definir os conceitos foram utilizadas, não somente as situações em si, mas também buscou-se utilizar propriedades e representações simbólicas.

Ao serem explicitados pelos alunos, os conceitos imbuídos neste trabalho apresentaram indicadores de possíveis invariantes operatórios, sendo que alguns se aproximaram do conhecimento científico e outros não. É importante reforçar que identificar os invariantes operatórios requererem um estudo mais aprofundado do que o oportunizado.

Para garantir o anonimato das informações, os alunos participantes do estudo foram identificados por letras do alfabeto e suas respostas foram transcritas na íntegra, em itálico, garantindo a forma real conforme responderam cada questão, apenas com os ajustes gramaticais da língua escrita necessários.

As respostas dos alunos ao Instrumento I, as quais são apresentadas por questão, possibilitou realizar as seguintes análises:

Questão 1: Procure descrever ao máximo o que você sabe sobre:

Questão 1.1: Resistência elétrica.

Nessa questão foi possível inferir indicadores do possível teorema-em-ação: “a resistência é a oposição ao fluxo de corrente” nas respostas de todos os alunos que responderam ao Instrumento I. Como exemplo, a seguir apresenta-se as respostas de alguns alunos a essa questão.

É a capacidade que o material tem de dificultar a passagem da corrente. (Aluno A)

É a capacidade que um determinado material tem de resistir a passagem de corrente elétrica. (Aluno B)

A resistência elétrica (R) é medida em ohms (Ω), ela é basicamente o que dificulta/ resiste à passagem da corrente elétrica. Ela é diretamente proporcional à tensão e inversamente proporcional à corrente. A resistência elétrica é, resumidamente, o quanto um material resiste a passagem de corrente elétrica e pode ser medida por um aparelho chamado ohmímetro. (Aluno C)

A resposta do aluno C permite inferir sobre outros dois possíveis teoremas-em-ação: “a resistência elétrica é a razão entre a tensão em um condutor e a corrente que ele transporta” e “a resistência possui a unidade no Sistema Internacional (SI) de volt (V) por ampere (A) que é denominada de ohm (Ω)”. Essa resposta permite inferir que o aluno possui a ideia de que se a resistência aumentar, a corrente diminuirá, e vice-versa, e ainda sobre a unidade de medida no SI.

A resposta do aluno D transcrita abaixo permite inferir sobre um outro possível teorema-em-ação: “a resistência de um condutor depende do comprimento, da área de sua seção transversal, da resistividade do material de que ele é feito e da temperatura na qual o condutor se encontra”. O aluno demonstra possuir a compreensão sobre os fatores que influenciam na resistência de um condutor.

É quanto o material resiste e a dificuldade encontrada pela corrente. Ela varia conforme o comprimento, largura, natureza do material e também com a temperatura. (Aluno D)

As respostas apresentadas pelos alunos mostraram que eles possuem conhecimento sobre resistência elétrica. Os pequenos erros conceituais que foram demonstrados podem ser referentes à forma como expressaram seus conhecimentos, não impedindo a nova aprendizagem que seria desenvolvida na atividade. Como os alunos apresentaram os conhecimentos prévios necessários para a aplicação da atividade, não foi necessário demandar atenção para ativá-los.

Questão 1.2: Multímetro.

Para essa questão, todas as respostas proporcionaram inferir o indicador do possível teorema-em-ação: “o multímetro é um instrumento capaz de medir tensão, resistência e corrente”, pois todas elas, conforme algumas respostas transcritas a seguir, remeteram a esse indicador.

É um aparelho capaz de medir corrente, tensão e resistência. (Aluno A)

É um aparelho para a medição de corrente, tensão, continuidade etc. (Aluno E)

A resposta do aluno E demonstra que ele conhece outra grandeza que pode ser medida pelo multímetro que é a continuidade da corrente elétrica, informação fornecida pelo aparelho sobre, se há ou não, passagem de corrente no condutor.

Geralmente usamos no laboratório de instalação e manutenção para medir, corrente, volts. (Aluno F)

O multímetro é um aparelho de medir, como o próprio nome já diz, ele mede diversas coisas (corrente, tensão, continuidade, ...), por esta razão ele apresenta diversas escalas e unidades e variados modelos, e é muito utilizado inclusive aqui nas aulas de IME do CTISM. (Aluno C)

As respostas dos alunos F e C permitem inferir que eles já conheciam e já utilizaram o aparelho, sendo destacada nas duas respostas a utilização na disciplina de Instalação e Manutenção Elétrica.

Questão 1.3: Grandezas diretamente proporcionais.

Para essa questão, as respostas foram classificadas em duas categorias. Aquelas que proporcionaram inferir sobre o indicador do possível teorema-em-ação: "grandezas diretamente proporcionais são aquelas nas quais a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Se uma dobra a outra dobra, se uma triplica a outra triplica, se uma é dividida em duas partes iguais a outra também é reduzida à metade" e aquelas que não proporcionaram inferir sobre o indicador desse possível teorema-em-ação.

A transcrição de duas respostas à questão pertinente, juntamente com mais vinte e uma nessa categoria, permitiu inferir sobre o indicador desse possível teorema-em-ação. Assim, segue:

Quando uma grandeza aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção. (Aluno A)

São grandezas que atuam juntas. Por exemplo, se uma é multiplicada pelo dobro a outra também é. (Aluno G)

Apenas duas respostas, transcritas abaixo, não permitiram a mesma inferência. Os alunos não demonstraram o invariante operatório considerado e o aluno D apresenta dificuldade em expressar o pensamento.

Estão variando numa mesma razão se triplicar, duplicar são divididas em partes iguais e a outra é dividida pela metade. (Aluno D)

O aluno H tenta representar simbolicamente uma relação, porém por meio de sua resposta não é possível inferir que grandezas que ele quis representar como diretamente proporcionais.

É quando algo é diretamente proporcional $I = \frac{V}{R}$ (Aluno H).

Conceitos como fração, razão, quociente, números racionais, estão subentendidos no teorema-em-ação demonstrado pelos alunos nessa questão. Mas, apesar de os estudantes em geral compreenderem o conceito primário de grandezas diretamente proporcionais, nenhum dos invariantes operatórios almejados, constantes no Quadro 2, foram em algum momento declarados, nem suas devidas representações.

Já que os invariantes operatórios almejados não foram indicados nas respostas dos alunos, nem mesmo de forma implícita, as situações apresentadas nesta atividade buscaram promover o desenvolvimento dos invariantes operatórios indicados no Quadro 2. Dessa forma, buscou-se fazer com que os invariantes operatórios demonstrados pelos alunos servissem de ancoragem para os novos conceitos desenvolvidos, conferindo sentido aos conceitos de função, função crescente, função linear, resistência elétrica, entre outros.

Questão 1.4: Grandezas inversamente proporcionais.

Considerando essa questão, as respostas dos alunos permitiram que fossem classificadas em duas categorias. Aquelas que proporcionaram inferir sobre o indicador do possível teorema-em-ação: “duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma aumenta e a outra diminui na mesma proporção. Se uma dobra, a outra reduz pela metade, se uma triplica a outra é reduzida a um terço” e aquelas que não proporcionaram inferir sobre o indicador desse possível teorema-em-ação.

A transcrição a seguir, de uma resposta à questão pertinente, juntamente com mais vinte e duas nessa categoria, permitiu inferir sobre o indicador desse possível teorema-em-ação. Em geral, observa-se que as respostas foram semelhantes as dadas para grandezas diretamente proporcionais, indicando que os alunos seguem o mesmo padrão de pensamento. O aluno C demonstra possuir conhecimento sobre grandezas inversamente proporcionais, pois apresenta um exemplo prático e correto.

[...] por exemplo, eu tenho uma obra e seis homens trabalhando nela. Esses seis homens demorariam 4 semanas para concluí-la. Se eu contratasse mais dois homens para essa obra, trabalhando a mesma carga horária que os outros, eu conseguiria dar por concluída a obra em apenas 3 semanas ao invés de quatro. [...] quanto menos homens trabalhando na obra, maior o tempo gasto do que se eu tivesse mais homens ainda ajudando na obra! Essa é a lógica, enquanto aumenta de um lado, do outro diminui proporcionalmente (Aluno C).

O aluno D respondeu da mesma forma para grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Nesse caso não se pode inferir se o aluno possui o teorema-em-ação considerado, pois pode ser que ele tenha se confundido ao expressar suas palavras, ou que realmente não tenha o discernimento entre as diferentes formas de relação entre as grandezas (diretamente ou inversamente proporcionais).

Além da resposta do aluno D, a resposta transcrita abaixo também não permitiu a mesma inferência. Percebe-se no aluno H que ele não apresenta o invariante operatório considerado. Ele tentou representar simbolicamente uma relação, porém por meio da resposta, não é possível inferir quais as grandezas que ele quis representar como inversamente proporcionais, condizendo com a resposta dada para grandezas diretamente proporcionais.

Eles estão se opondo uma a outra, se duplicarmos uma das grandezas temos que dividir por 2 ao mesmo, se triplicar dividir por 3. (Aluno D)

É quando um material é inversamente proporcional $I = V$ (Aluno H).

Apesar de os estudantes, em geral, compreenderem o conceito primário de grandezas inversamente proporcionais, os invariantes operatórios constantes no Quadro 3 não foram declarados.

As situações apresentadas nesta atividade experimental procuraram desenvolver os invariantes operatórios apresentados no Quadro 3, os quais contribuíram para o domínio de conceitos sobre função decrescente, função racional e deram sentido a esses conceitos, complementando a aprendizagem.

A segunda questão do Instrumento I, subdividida em três itens, indagava sobre a relação $R = \rho \frac{L}{A}$, entre resistência elétrica, comprimento, resistividade elétrica e área da seção transversal de um fio condutor. Mais especificamente, saber se os alunos conheciam a relação, se reconheciam as grandezas envolvidas e ainda qual o significado atribuído por eles para a equação.

Questão 2: Responda da melhor forma possível:

Questão 2.1: Você conhece a relação $R = \rho \frac{L}{A}$?

Ao serem questionados se conheciam a relação $R = \rho \frac{L}{A}$ e o que sabiam sobre ela, todos os alunos responderam que conheciam, sendo que dez deles responderam que se referia à Segunda Lei de Ohm e um respondeu que era a fórmula da resistência.

Questão 2.2: Quais as grandezas (ou variáveis) que estão envolvidas na relação acima?

As respostas apresentadas pelos alunos para essa questão foram categorizadas na Tabela 1, na qual a primeira coluna apresenta as respostas dos alunos referentes as grandezas envolvidas na relação, organizadas por categorias e o respectivo número de alunos.

Tabela 1: Respostas dos alunos referentes as grandezas envolvidas na relação, organizadas por categorias e o respectivo número de alunos.

GRANDEZAS ENVOLVIDAS NA RELAÇÃO CONFORME RESPOSTAS DOS ALUNOS	NÚMERO DE ALUNOS
Comprimento do fio, resistência elétrica, resistividade e área	21
Resistividade e comprimento	1
Largura (conferida pela letra "L")	1
Ohm	1
Resistividade, comprimento do material e área	1

Fonte: Elaborado pelos autores.

A questão era direcionada para que o aluno identificasse as variáveis que influenciavam na resistência. A resposta do aluno que se referiu ao "L" (largura) como a única variável permite inferir que ele não identifica as variáveis envolvidas na relação. Já pela resposta do aluno que respondeu "ohm", pode-se inferir que ele reconhece a resistência elétrica como única variável, mas considera a unidade como variável, demonstrando confusão na representação.

Questão 2.3: Escreva tudo o que você sabe sobre essa relação.

Para essa questão, as respostas foram classificadas em quatro categorias. Aquelas que proporcionaram inferir sobre o indicador de dois possíveis teoremas-em-ação: "a resistência de um fio condutor ôhmico é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional a sua seção transversal" e "a resistência de um condutor depende do seu tamanho, da sua forma, bem como da resistividade do material" e aquelas que não proporcionaram inferir sobre os indicadores desses possíveis teoremas-em-ação.

Catorze alunos escreveram suas repostas que proporcionaram inferir sobre o indicador do primeiro possível teorema-em-ação, conforme as duas respostas transcritas abaixo. A resposta do aluno J apresenta um erro conceitual, isto é, ao invés de comprimento ele escreve largura.

Essa relação é de acordo com a segunda Lei de Ohm. A resistência é diretamente proporcional à resistividade e ao comprimento e inversamente proporcional a área. (Aluno E)

A resistência é diretamente proporcional à resistividade do material e à largura e é inversamente proporcional à área. (Aluno J)

A resposta do aluno X permitiu inferir sobre o indicador do segundo teorema-em-ação categorizado.

Essa é uma relação utilizada para determinar a oposição que um condutor tem à passagem de corrente elétrica levando em consideração as dimensões ou mesmo (comprimento e área). Para determinar esse valor temos que levar em consideração a resistividade (oposição que cada material oferece à passagem de corrente elétrica em medidas unitárias. Cubo de 1 mm de aresta). A resistência é medida em ohms e a resistividade é medida em $\Omega \cdot m$. (Aluno X)

Dez respostas não permitiram inferir sobre os indicadores dos dois teoremas-em-ação considerados, como algumas transcritas abaixo.

Ela serve para medir a resistência elétrica, sendo L e ρ inversamente proporcionais e A diretamente proporcional. (Aluno L)

Usamos às vezes em questões de eletro e IME, relacionadas à seção transversal, mas não usamos muito. (Aluno M)

Resistência é igual a ρ multiplicada pela largura e dividida pela área. (Aluno N)

Essa relação é o quanto um material resiste e, com a resistividade, vezes o comprimento e área. (Aluno O)

A terceira questão do questionário solicitava aos alunos que descrevessem como seria possível distinguir fios mais grossos de fios mais finos e se haveria alguma medida que poderia ser utilizada para essa distinção. Por meio dessa questão, procurou-se identificar se os estudantes fariam referência ao conceito de diâmetro, raio ou área da seção transversal do fio condutor.

Questão 3: Você sabe como podemos distinguir fios mais grossos dos mais finos? Há alguma medida que possamos utilizar para essa distinção?

Para essa questão, as respostas foram classificadas em duas categorias. Aquelas que proporcionaram inferir sobre o indicador do possível teorema-em-ação: "A distinção entre fios mais grossos e mais finos pode ser realizada por meio da medida da área da seção transversal do fio condutor" e aquelas que não proporcionaram inferir sobre o indicador desse possível teorema-em-ação.

Três alunos não responderam à questão, o que permite inferir três possibilidades: eles esqueceram de responder; não possuem o conhecimento ou ainda não entenderam o que estava sendo questionado.

Quinze respostas permitiram inferir sobre o indicador do possível teorema-em-ação considerado nessa questão.

A partir da medida da bitola, que é indicada ao longo do fio e é medida em mm^2 (secção transversal). (Aluno K)

Pela espessura de cada condutor, usando a medida da área. (Aluno J)

As respostas dos alunos F, M e N, juntamente com mais sete, não servem como indicador do possível teorema-em-ação considerado na questão.

No laboratório de IME temos uma medida, só não lembro se é 4 cm ou 6 cm para diferenciar e conseguir fazer uma emenda com mais facilidade. (Aluno F)

Normalmente os fios mais grossos são mais inflexíveis. (Aluno M)

Sim medindo a resistência. (Aluno N)

Por último, a quarta questão versava sobre o nome que é dado ao parâmetro que indica a característica específica que cada material, com dimensões unitárias, possui em relação ao quanto ele se opõe à passagem de uma corrente elétrica, com o objetivo de verificar o significado atribuído pelo aluno para o conceito de resistividade elétrica.

Questão 4: Você sabe o nome que é dado ao parâmetro que indica a característica específica que cada material, com dimensões unitárias, possui em relação ao quanto ele se opõe à passagem de uma corrente elétrica?

Para essa questão, vinte e dois alunos responderam que esse parâmetro é chamado de resistividade, um aluno não respondeu e outros dois responderam somente com a simbologia e o nome da letra grega ρ (ρ).

O Instrumento II, aplicado durante a terceira fase, foi composto de quatro questões e as respostas dos alunos, apresentadas a seguir possibilitou as seguintes análises:

Questão 1:

Questão 1.a:

Observou-se que na questão 1.a apenas três alunos completaram a sentença "A resistência (R) de um fio condutor é *inversamente* proporcional à área de secção transversal (A) do fio condutor, *diretamente* proporcional ao comprimento do fio (L) e *diretamente* proporcional à resistividade do material (ρ) de forma equivocada. Nessa questão, a dificuldade encontrada pelos alunos foi relativa à representação da relação $R = \rho \frac{L}{A}$. Acredita-se que os três alunos responderam erroneamente que a resistência era *inversamente* proporcional à resistividade do material porque não conseguiram identificar que a resistividade estava multiplicando o comprimento. Muitos alunos possuem dificuldade em reconhecer que algumas relações podem ser representadas de formas diferentes sem alterar o significado, isto é, a relação acima poderia ser representada como $R = \frac{\rho \cdot L}{A}$ ou $R = L \cdot \rho \cdot \frac{1}{A}$. Este trabalho não possui como foco investigar os motivos que levam os alunos a não compreenderem que

algumas modificações realizadas no padrão de uma representação não alteram o seu significado.

Questão 1.b:

Sobre a questão 1b, na qual a sentença "Grandezas diretamente proporcionais são representadas por um gráfico em forma de uma *reta* que passa pela *origem* do sistema cartesiano" deveria ser completada, apenas três alunos completaram-na de forma equivocada, não preenchendo a segunda parte da sentença. Acredita-se que essa dificuldade tenha ocorrido porque ao tabularem os dados das medidas das resistências no software Excel, não inseriram o ponto (0,0), não o considerando para a construção do gráfico.

Questão 1.c:

Todos alunos completaram a sentença dessa questão. "Grandezas inversamente proporcionais são representadas por um gráfico em forma de uma *curva* que nunca toca os eixos Ox e Oy " de forma correta, demonstrando que compreenderam o formato da curva no caso de grandezas inversamente proporcionais.

Questão 2:

Com essa questão, procurou-se verificar a compreensão dos alunos sobre as grandezas que seriam constantes e as que variariam na relação $R = \rho \frac{L}{A}$ se, no caso, fossem tomados cinco fios condutores de diferentes materiais, mas de mesmo comprimento e de mesmo diâmetro. Como as outras duas experiências já haviam sido feitas, nessa os alunos deveriam elaborar a experiência mentalmente. Procurou-se também verificar com essa questão como os alunos reescreveriam a "nova" lei da função e como se comportaria o gráfico das grandezas envolvidas.

Todos os alunos compreenderam que nesse caso, as grandezas comprimento (L) e área (A) manter-se-iam constantes e que as grandezas resistência (R) e resistividade (ρ) variariam. Todos ainda escreveram que a resistência seria a variável dependente e a resistividade a independente. Porém, 19 alunos não conseguiram representar a nova função. Esperava-se que os alunos escrevessem que se $R = \rho \frac{L}{A}$ e, nesse caso, a razão $\frac{L}{A}$ seria a constante de proporcionalidade, então a nova função seria $R = \rho \cdot k$ ou $R = k \cdot \rho$.

Percebe-se que um grande número de alunos possui dificuldade para representar matematicamente a situação. Desses 19, 12 alunos responderam erroneamente que o gráfico seria em forma de uma curva ou não responderam à questão. Pode-se inferir, nesse caso, que os 7 alunos que acertaram a forma do gráfico, fizeram-na por compreenderem a relação de proporcionalidade entre as grandezas, mesmo não conseguindo expressá-la matematicamente; no entanto, os outros 12 alunos provavelmente não compreenderam a relação de proporcionalidade por não terem conseguido representá-la matematicamente.

Questão 3:

Para completarem adequadamente a tabela relativa à Questão 3 do Instrumento II, na qual os alunos deveriam identificar em cada uma das funções as variáveis dependentes e independentes, sendo que a relação $R = \rho \frac{L}{A}$ estava representada de forma diferente da que havia sido trabalhada durante a atividade, mas sem alteração de seu significado, os alunos apresentaram dificuldade em realizar as associações com as representações utilizadas no estudo de funções. A questão necessitou de explicação do professor para ser realizada.

Todos os alunos conseguiram completar corretamente as colunas relativas às variáveis independentes e dependentes. Porém, 19 alunos apresentaram algum tipo de erro no

preenchimento das outras colunas, dentre os quais, 11 alunos apresentaram dificuldade em completar a coluna do valor fixo (k) e 16, dificuldade para preencher a colunas referente à “nova” função.

Analisar as respostas referentes a essa questão possibilitou verificar que há uma dificuldade por parte dos alunos em relação à utilização adequada das representações simbólicas, isto é, no reconhecimento da constância do padrão quando é alterada a forma da representação matemática.

Questão 4:

Para a questão 4, quando questionados sobre quais as variáveis envolvidas, quais as variáveis independentes e dependentes na função $R = f(\rho, L, A) = \rho \frac{L}{A}$, todos os alunos compreenderam corretamente a representação e responderam corretamente à questão.

CONCLUSÕES

Pode-se destacar algumas conclusões importantes acerca deste estudo. A primeira delas é referente à motivação para os alunos desenvolverem as tarefas, tanto na sala de aula, quanto em casa. No início da atividade, todos os alunos da turma foram convidados a participar de uma atividade diferenciada. É possível que muitos professores de Física ou Eletrotécnica tenham realizado uma atividade similar em suas aulas de Eletrodinâmica. Porém, uma atividade envolvendo campos conceituais de Eletrodinâmica, de Proporcionalidade e Função em uma aula de Matemática, com participação de professores de Física e de Eletrotécnica, deve ter sido, no mínimo, incomum.

Lemov (2016) afirma que é importante que os professores envolvam os alunos para que eles se sintam parte da aula. Atraí-los e mantê-los focados de forma consistente durante o aprendizado é papel do professor. Pode-se dizer que realizar a motivação inicial e apresentar, de forma clara os objetivos, enfocando o que se esperava dos alunos, fez grande diferença tanto na condução da aula, quanto para o aprendizado de cada estudante.

Percebe-se que o professor, ao propor metodologias que propiciem a interdisciplinaridade, mesmo que em iniciativas individuais e, ao desenvolver atividades práticas que permitam a integração dos conteúdos nas quais os alunos possam perceber as relações existentes entre as diversas áreas do conhecimento, tem o potencial de proporcionar aprendizagem significativa.

Já em relação ao professor, Fernandes e Pacheco (2004) afirmam que ele deve ter uma visão global e clareza do sentido de sua disciplina, e que após esse entendimento, promova metodologias para que os alunos possam estabelecer os elos com as outras disciplinas e com a realidade do mundo atual. Há forte possibilidade de que, a atividade proposta visando à integração entre as disciplinas e as devidas relações entre os assuntos tenham também corroborado como fator motivacional.

As medições das resistências como objeto de estudo, utilizando o Painel Dias Blanco e o multímetro, estimulou a curiosidade dos alunos. Além disso, o desenvolvimento da atividade, aliando a teoria à prática, proporcionou aos alunos associar conhecimentos específicos que fazem parte do seu cotidiano nas disciplinas das áreas técnicas, como na Eletrotécnica, aos conhecimentos gerais desenvolvidos nas disciplinas pedagógicas, no caso, na Matemática.

Ramos (2008) apresenta como um dos pressupostos para o Ensino Médio Integrado à Educação Profissional a integração entre os conhecimentos gerais e os específicos. A escritora ressalta que é importante definir os conhecimentos específicos de Eletrotécnica, por exemplo,

em função de suas utilidades e aplicações e associá-los às teorias gerais do campo científico, como a Matemática, ou vice-versa, para que os estudantes possam estabelecer as relações entre os conceitos abordados, consigam empregá-los em diferentes situações e construam a concepção da realidade como um todo.

Nesse sentido, o conceito de função foi construído com os alunos a partir de situações do contexto da Eletrotécnica, buscando favorecer a compreensão de significados. A partir dos invariantes operatórios externados pelos alunos, pode-se planejar a atividade experimental de medida de resistência elétrica a qual propiciou aos estudantes perceber e estabelecer as relações entre diferentes campos conceituais. Além disso, a atividade proposta também possibilitou que os alunos representassem de forma adequada os conceitos trabalhados.

É interessante dizer que o software Excel, como recurso didático e tecnológico de ensino, mostrou-se eficiente e de fácil manipulação, pois os alunos já o haviam manipulado em outras situações. Percebeu-se que alguns alunos foram além do esperado, demonstrando interesse e autonomia. Realizaram modificações na aparência do gráfico, alteraram as cores de fundo e nomearam os gráficos sem a interferência dos professores.

Grings, Caballero e Moreira (2006) escrevem que a aprendizagem significativa é um processo onde a nova informação interage com conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva do estudante. Os mesmos autores relatam que:

é sempre necessário fazer com que os estudantes explicitem seus invariantes operatórios, para que possam ser discutidos, e o professor, no seu papel de mediador, possa ajudá-los a aproximarem seus significados conceituais daqueles aceitos pela comunidade científica (GRINGS, CABALLERO E MOREIRA, 2006, p. 470).

Sabe-se que nem sempre é possível obter indicadores de possíveis invariantes operatórios, pois eles não são tão evidentes e tampouco de fácil observação. No entanto, a investigação desses invariantes operatórios pode representar uma forma de auxiliar para a aprendizagem significativa, pois eles podem influenciar positiva ou negativamente, no sentido de estimular ou atrapalhar no processo de compreensão de um campo conceitual.

Identificar e analisar os conhecimentos prévios dos alunos permitiu realizar a interação entre os conhecimentos prévios e os conhecimentos novos que seriam estudados. Além disso, permitiu conhecer sobre possíveis indicadores de invariantes operatórios demonstrados por eles. Pois,

é possível, a partir de uma situação problema, levar o sujeito a trabalhar com os invariantes operatórios de um dado campo conceitual, sem fornecer a informação a priori, desde que, de alguma forma, tais invariantes estejam presentes em seu conhecimento prévio, ainda que alternativos em relação aos invariantes cientificamente aceitos (SOUSA E FÁVERO, 2002, p. 65).

Esse mapeamento possibilitou direcionar a atividade de forma a propiciar a construção de teoremas-em-ação mais próximos dos cientificamente aceitos, além de servir de base para a construção de novos conceitos.

Outro ponto observado está relacionado às dificuldades dos alunos serem mais pertinentes aos conceitos dos campos conceituais da Proporcionalidade e de Função, mais especificamente, em relação às suas representações simbólicas. Dificuldades essas que podem ser justificadas e/ou explicadas por muitos motivos, mas que, apesar de não se apresentarem como o foco deste trabalho, hipoteticamente, podem estar atreladas à Matemática devido à

maneira como ainda está sendo trabalhada, ou seja, fragmentada e descontextualizada da realidade dos alunos, o que dificulta a interpretação e a relação com outros conteúdos científicos abordados durante toda a escolaridade.

Sugere-se o desenvolvimento de desdobramentos deste trabalho na busca de possibilidades para promover a apropriação das representações simbólicas da Matemática, a fim de contribuir para a melhor construção dos conceitos necessários no estudo dessa ciência.

Por fim, esse trabalho mostrou que atividades como essas aqui apresentadas devem ser cada vez mais desenvolvidas em sala de aula, pois, desse modo, instaura-se um círculo virtuoso: o professor elabora atividades que motivem e desafiem seus alunos a pensar, a construir o conhecimento e a aprender a investigar, diferentemente de apresentar os conteúdos de forma mecânica, e os alunos, por sua vez, sentem-se engajados e pré-dispostos a aprender, estabelecendo a sala de aula como um ambiente de agradável convívio e de alto nível de aprendizado. E assim segue, o professor sente-se ainda mais motivado a apresentar situações que problematizem e se relacionem com o contexto social dos educandos e esses podem se sentir sujeitos da sua própria aprendizagem. Dessa forma, acredita-se que a aprendizagem poderá ocorrer de forma significativa.

Este artigo apresentou resultados de uma das ações desenvolvidas como parte de uma pesquisa de doutorado em Educação em Ciências. As conclusões obtidas nesta fase serão articuladas a reflexões e diagnósticos futuros para que auxiliem na busca de alternativas metodológicas que reforcem as estratégias de integração, visando a uma abordagem mais efetiva acerca da proposta de investigação da tese em andamento.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrada ao Ensino Médio**: documento base. Brasília, DF: MEC, 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf/documento_base.pdf>. Acesso em: 14 out. 2014.

CARLOS, Jairo Gonçalves. **Interdisciplinaridade no Ensino Médio: desafios e potencialidades**. 2007. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2007.

DAL MOLIN, Viviane Terezinha Sebalhos *et al.* Práticas interdisciplinares no ensino médio integrado: concepções dos docentes das áreas técnicas e básicas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 18, n. 3, p. 869-882, 2016. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2052/2058>>. Acesso em: 27 mar. 2018.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. 1 ed. São Paulo: Loyola, 1991. p. 119.

FERNANDES, Ana Isabel dos Santos; PACHECO, Rogéria Silveira. Diálogo, currículo e interdisciplinaridade: da teoria à prática: um caso na Fundação Liberato. **Revista Liberato**, v. 5, n. 5, 2004. Disponível em: <http://www.liberato.com.br/sites/default/files/arquivos/Revista_SIER/v.%205%2C%20n.%205%20%282004%29/1.%20DI%2C1LOGO%2C%20CURR%20CDCULO%20E%20INTERDISCIPLINARIDADE.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2017.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, A.;

DIAS, S. et al. **Educação matemática: uma introdução**. 1 ed. São Paulo: EDUC, 1999. p. 155-195.

GERHARD, Ana Cristina. **A fragmentação dos saberes na educação científica escolar na percepção de professores de uma escola de ensino médio**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3377>>. Acesso em: 21 mar. 2018.

GONÇALVES, Harryson Júnior Lessa; DIAS, Ana Lúcia Braz; PERALTA, Deise Aparecida. O que dizem professores de uma instituição de educação profissional sobre interdisciplinaridade no ensino de matemática. **Revista Ciência & Ensino**, v. 4, n. 1, p. 24-41, 2015.

GRINGS, Edi Terezinha de Oliveira; CABALLERO, Concesa; MOREIRA, Marco Antônio. Possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes em conceitos de termodinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 4, p. 463-471, 2006. Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/060102.pdf>>. Acesso em: 24 mar. 2015.

HARTMANN, Angela Maria; ZIMMERMANN, Erika. O trabalho interdisciplinar no Ensino Médio: A reaproximação das "Duas Culturas". **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 7, n. 2, p. 1-16, 2007. Disponível em: <<https://seer.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/2237/1636>>. Acesso em: 20 jun. 2017.

KREY, Isabel. **Implementação de uma proposta de ensino para a disciplina de Estrutura da Matéria baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud**. 2009. Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

LEMOV, Doug. **Aula nota 10**. 4. ed. Porto Alegre: Penso, 2016. p. 330.

MAGINA, Sandra. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 17; 2005, Campinas. **Anais...** Campinas, UNICAMP, 2005.

MANFREDO, Elisabeth Cardoso Gerhardt. Discutindo a metodologia do ensino de Ciências e Matemática: críticas e possibilidades à prática docente. **Amazônia**, v. 1, n. 1, p. 41-48, 2004. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/1472/2052>>. Acesso em: 25 maio 2015.

MOREIRA, Marco Antônio. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: comportamentalismo, construtivismo e humanismo**. 1 ed. Porto Alegre: Instituto de Física - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009a. p. 64.

MOREIRA, Marco Antônio. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: a teoria da aprendizagem significativa**. 1 ed. Porto Alegre: Instituto de Física - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009b. p. 69.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. 1 ed. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2006. p. 185.

MOREIRA, Marco Antônio; CABALLERO, Concesa; RODRIGUEZ, Maria Luz. Aprendizagem

significativa: um conceito subjacente. **Actas del II Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos: [s.n.]. p. 19-44, Burgos, Universidad de Burgos, 1997.

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. 1. ed. São Paulo: Editora Moraes, 1982. p. 112.

OTERO, María Rita *et al.* **La Teoría de los Campos Conceptuales y la Conceptualización en el aula de Matemática y Física**. 1. ed. Buenos Aires: Dunken, 2014. p. 128.

PELLIZZARI, Adriana *et al.* Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

PIRES, Célia Maria Carolino. Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da Matemática no currículo, visando a superação do binômio máquina e produtividade. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 6, n. 2, p. 29-61, 2004. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4688/3256>>. Acesso em: 12 mar. 18.

RAMOS, Marise. Concepção do ensino médio integrado. Natal: Secretaria de Educação do estado do Rio Grande do Norte, 2008. Disponível em: <<https://tecnicadmiwj.files.wordpress.com/2008/09/texto-concepcao-do-ensino-medio-integrado-marise-ramos1.pdf>>. Acesso em: 26 fev. 2016. p 30.

SANTAROSA, Maria Cecília Pereira. **Investigação da aprendizagem em Física Básica universitária a partir de um ensino que integra situações das disciplinas de Cálculo I e de Física I**. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Física) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SANTAROSA, Maria Cecília Pereira; MOREIRA, Marco Antônio. O cálculo nas aulas de Física: um estudo exploratório. **Investigações em Ensino de Física**, v. 16, n. 2, p. 317-351, 2011.

SOUSA, Célia Maria Soares Gomes de; FÁVERO, Maria Helena. Análise de uma situação de resolução de problemas de física, em situação de interlocução entre um especialista e um novato, à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n. 1, p. 55-75, 2002. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/570/362>>. Acesso em: 19 jun. 2016.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1; 1993, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, UFRJ, 1993.

VERGNAUD, Gérard. Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno de la didáctica. **Revista Perspectivas**, v. 26, n. 10, p. 196-207, 1996. Disponível em: <<http://unesdoc.unesco.org/images/0010/001052/105276sb.pdf>>. Acesso em: 02 ago. 2017.