Revista Ciências & Ideias

VOLUME 10, N.3 – SETEMBRO/DEZEMBRO 2019

PROPOSIÇÃO DE ATIVIDADES CONTEXTUALIZADAS PARA O ENSINO DE POTENCIAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA ABORDAGEM PRAGMÁTICO-COGNITIVA

PROPOSING CONTEXTUALIZED ACTIVITIES FOR TEACHING EXPONENTIATION IN BASIC EDUCATION: A PRAGMATIC-COGNITIVE APPROACH

Marleide Coan Cardoso
mccoan@gmail.com
Instituto Federal de Santa Catarina/Campus de Criciúma - SC

Vanessa Isabel Cataneo
vanessaisacataneo@hotmail.com
Centro Universitário Barriga Verde - Unibave - SC

Fábio José Rauen
fabio.rauen@gmail.com
Universidade do Sul de Santa Catarina -SC

RESUMO

No ensino de matemática, distâncias entre abstração e aplicação geram dificuldades para os estudantes se apropriarem semanticamente dos objetos matemáticos e aplicá-los pragmaticamente em situações reais do seu contexto. Para minimizar essas distâncias, argumentamos, são necessárias atividades de ensino que promovam a articulação de seus diferentes registros de representação semiótica pertinentes. Assim, neste artigo, propomos e analisamos, com base no aparato descritivo e explanatório da teoria de conciliação de metas, atividades contextualizadas para o ensino de potenciação e de suas representações, envolvendo dobras de papel, árvores genealógicas e correntes de solidariedade. No estudo, assumimos a hipótese de que processos de formação de uma representação identificável, tratamento e conversão de diferentes representações semióticas permitem uma apreensão mais significativa dos objetos matemáticos. Os resultados da aplicação dessas atividades com estudantes da educação básica de escolas públicas sugerem minimização da distância entre a aplicação do conceito de potenciação em situações factíveis da realidade e suas respectivas abstrações simbólicas.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Básica; Ensino e Aprendizagem de Matemática; Ensino e Aprendizagem de Potência; Registros de Representação Semiótica; Conciliação de Metas.

ABSTRACT

In math education, distances between abstraction and application make it difficult for students to semantically appropriate mathematical objects and apply them pragmatically to actual situations in their context. To minimize those distances, we argue, teaching activities are needed to promote the articulation of their different pertinent semiotic representation registers. So, we propose and analyze in this article, based on goal-conciliation theoretic descriptive and explanatory apparatus, contextualized activities for teaching exponentiation and respective representations, involving paper folds, genealogical trees and chains of solidarity. We have hypothesized in the study that processes of formation of an identifiable representation, treatment and conversion of different semiotic representations allow a more meaningful apprehension of mathematical objects. The results of the application of these

doi: 10.22047/2176-1477/2019.v10i3.1092
Recebido em: 28/01/2019 Aprovado em: 14/09/2019 Publicado em: 15/12/2019

activities to students of public school basic education suggest a minimization of the distance between the application of the concept of empowerment in feasible situations of the reality and their respective symbolic abstractions.

KEYWORDS: *Basic education; Mathematics Teaching and Learning; Exponentiation Teaching and Learning of; Registers of Semiotic Representation; Goal-Conciliation*.

1. INTRODUÇÃO

Em geral, os objetos matemáticos foram historicamente concebidos para dar conta de problemas pragmáticos da realidade. Em seguida, esses objetos passaram por progressivas formalizações simbólicas com as quais se ganhou eficiência sintática às custas de distanciamentos dessas origens. Conforme Davis e Hersh (1989, p. 156), "o processo de representar ideias matemáticas sob forma simbólica sempre acarreta uma alteração nelas; um ganho em precisão e uma perda na fidelidade ou na aplicabilidade ao problema que lhe deu origem".

No ensino de matemática, distâncias entre abstração e aplicação, que se revelam mais agudas à medida que os anos escolares avançam, geram dificuldades para os estudantes se apropriarem semanticamente dos objetos matemáticos e aplicá-los pragmaticamente em situações reais do seu contexto. Para minimizar essas distâncias, argumentamos, é necessário propor atividades de ensino que promovam a articulação essencial de seus diferentes registros de representação semiótica pertinentes.

Para Duval (2009, 2011), os objetos matemáticos, uma vez que abstratos, são inacessíveis ao intelecto humano salvo por diferentes registros simbólicos ou semióticos irremediavelmente incapazes de representá-los integralmente. Consequentemente, se os objetos matemáticos só podem ser parcialmente capturados por certo registro de representação semiótica de um lado; de outro, o domínio e a coordenação progressiva de diferentes registros de representação pertinentes podem fornecer uma apreensão cada vez mais robusta desses objetos.

Se isso está correto, promover atividades que demandem pela mobilização de diferentes registros, por hipótese, poderia levar os estudantes a essa apreciação mais robusta a despeito de custos de processamento iniciais mais altos de conhecer formas alternativas de representação simbólica, cada qual destacando diferentes especificidades dos objetos representados.

Duval (2009) defende que há dois aspectos essenciais no processo de compreensão em matemática: a *noésis* e a *semiósis*. Por *noésis,* Duval concebe o processo consciente do trabalho cerebral, e, por *semiósis*, concebe a relação do intelecto com os objetos simbólicos mais imediatos.

Neste último nível, argumenta o autor, três atividades cognitivas são essenciais: a *formação de uma representação identificável*, que corresponde ao domínio de unidades e regras de formação próprias de certo registro de representação semiótica; o *tratamento*, que corresponde ao domínio de transformações sintáticas das referidas representações identificáveis no interior de um registro de representação semiótica; e a *conversão*, que corresponde ao domínio das traduções de representações identificáveis entre diferentes registros de representação semiótica, conservando os objetos denotados.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular, o ensino de potenciação, que integra o eixo "números e operações", deve levar os estudantes a "compreender a relação entre potenciação e radiciação, efetuar cálculos com potências de expoentes naturais e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica" (BNCC, 2016, p. 443, objetivo EF08MT11). Isso sugere que não apenas é necessário conhecer as representações identificáveis dos registros simbólicos pertinentes para representar os objetos "potenciação" e "radiciação", mas com elas efetuar cálculos (tratamentos) e conversões, dentre as quais a conversão para a notação científica é explícita.

Posto isso, propusemos e aplicamos três atividades didáticas caracterizadas por promover a compreensão do conceito de potenciação a partir da articulação de diferentes registros de representação semiótica e por serem motivadas por problemas próximos das realidades dos estudantes. Para dar conta desse objetivo, aprofundamos leituras na interface entre as ciências da linguagem e o ensino e a aprendizagem de matemática na primeira etapa do estudo; organizamos as atividades na segunda etapa; e, viabilizando este relato de experiência, aplicamos essas atividades com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental e do primeiro ano do Ensino Médio de duas escolas públicas catarinenses na terceira etapa. As atividades foram concebidas e avaliadas qualitativamente a partir da arquitetura abdutivo-dedutiva da teoria de conciliação de metas de Rauen (2014), na expectativa de descrever e explicar a formação, a conversão e o tratamento de unidades significativas de diferentes registros de representação semiótica de potenciação mobilizadas pelos estudantes.

Por teoria de conciliação de metas, Rauen (2014) define uma abordagem pragmático-cognitiva de caráter abdutivo-dedutivo, que visa a descrever e a explicar em quatro estágios ações humanas enquanto planos de ação intencional ótimos em direção à consecução de metas. Em resumo, o autor argumenta que o agente é movido em contextos proativos por uma meta Q [1]. Para atingir essa meta Q, o agente abduz *a priori* uma hipótese ótima de solução PQ [2]. Segue-se abdutivamente dessa hipótese PQ a tendência a executar a ação P [3] e dedutivamente de ambos, hipótese PQ e ação P, a expectativa de a realidade Q'[1] conciliar-se com a meta inicial Q [4].

Conforme Rauen (2014), essa modelação permite não somente descrever e explicar autoconciliações de metas, quando o indivíduo checa ele mesmo a consecução da meta, mas também heteroconciliações, quando agentes coordenam metas e submetas em comum, como é o caso de atividades de ensino e aprendizagem em sala de aula envolvendo docentes e estudantes ou mesmo estudantes entre si.

Assim, assumiremos neste relato de experiência que um plano de aula, visando ao ensino significativo de potenciação mediante a mobilização de diferentes registros

[1] Q' representa a consecução da meta Q.

de representação, pode ser modelado em termos de um plano de ação intencional ótimo em direção à heteroconciliação de metas de aprendizagem.

Essa arquitetura pode ser vista na figura 1, a seguir.

Abdução	[1]		Q
Dedução	[2]	P	Q
	[3]	P	
	[4]		Q’

Figura 1: Arquitetura abdutivo-dedutiva da teoria de conciliação de metas.

Fonte: Rauen (2018, p. 14).

Uma vez que a teoria prevê quatro cenários de conciliação, (in)conciliações ativas e passivas, quando as metas do agente são atingidas ou não mediante a (in)ação antecedente, segue que a confiança atribuída ao sucesso do plano de ação intencional do agente decorre da plausibilidade dessas quatro consecuções. Uma hipótese abdutiva antefactual é categórica quando tomada como certa; bicondicional quando tomada como necessária e suficiente; condicional quando tomada como suficiente, mas não necessária; habilitadora quando tomada como necessária, mas não suficiente; e tautológica quando não é tomada nem como necessária, nem como suficiente.

O quadro 1, a seguir, resume essas possibilidades.

Quadro 1: Possibilidades de sucesso na consecução de planos de ação intencional.

Tipos de Conciliação	Ação Antecedente	Estado Consequente	Hipótese Categórica	Hipótese Bicondicional	Hipótese Condicional	Hipótese Habilitadora	Hipótese Tautológica
	P	Q	$P \Leftrightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P \longrightarrow Q$	$P \longleftarrow Q$	$P - Q$
Conciliação Ativa	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Inconciliação Ativa	Sim	Não	Não	Não	Não	Sim	Sim
Conciliação Passiva	Não	Sim	Não	Não	Sim	Não	Sim
Inconciliação Passiva	Não	Não	Não	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: Elaboração nossa (2019).

Nessa pespectiva, assumiremos neste estudo que um plano de aula, uma vez que mobiliza ações (inclusive de caráter comunicacional) que são necessárias, mas não suficientes para a apreensão dos objetos matemáticos, caracteriza-se por mobilizar hipóteses abdutivas antefactuais habilitadoras (razão pela qual utilizaremos o verbo ‘habilitar’ nas descrições mais adiante). Em outras palavras, assumimos que as ações antecedentes devem ser executadas na expectativa de que as metas de ensino e aprendizagem propostas pelo docente serão conciliadas, embora elas não garantam essas consecuções.

Consideradas essas questões introdutórias, as três seções seguintes se destinam a cada uma das atividades: sobre a relação entre a medida de superfície de uma folha e o número de vezes que ela é dobrada, envolvendo potência de base $\frac{1}{2}$; sobre árvores genealógicas, envolvendo potência de base 2; e sobre o desafio "pay it forward", proposto no filme "Corrente do Bem", no qual para cada favor recebido o indivíduo deveria passar adiante três boas ações para outras pessoas, envolvendo potência de base 3. A seção cinco, por fim, destina-se às considerações finais.

2. TODO NÚMERO ELEVADO A ZERO É IGUAL A 1

Oliveira e Ponte (1999) afirmam que uma das primeiras referências à operação de potenciação encontra-se num papiro egípcio que remonta ao final do império médio (cerca de 2.100-1.580 a.C.), no qual se registra o cálculo do volume de uma pirâmide quadrangular e um par de pernas representa a noção de "quadrado de um número". O emprego da palavra 'potência', contudo, é atribuído a Hipócrates de Quio (470 a.C.), autor do primeiro livro de geometria elementar. Nesta obra, Hipócrates cunha o termo '*dynamis*', significando "potência", para a noção de "quadrado de um segmento". Conforme Richartz (2005), a generalização do uso da palavra potência resulta do fato de os pitagóricos terem assim enunciado o resultado da proposição I 47 sobre o Teorema de Pitágoras, do livro *Os Elementos*, de Euclides: "a potência total dos lados de um triângulo retângulo é a mesma que a da hipotenusa" (OLIVEIRA; PONTE, 1999 p. 3).

Segundo Damazio e Amorim (2004), a emergência do conceito de potência está ligada à ideia de contagem/agrupamento, sequência e medida, a partir de um princípio multiplicativo. O problema 79 em um papiro escrito por volta de 1650 a.C. e encontrado pelo pesquisador escocês Henri Rhind em 1858 d.C. no Egito sugere o domínio do conceito de potência de sete: "sete casas, 49 gatos, 343 ratos, 2401 espigas de trigo, 16807 hectares de grãos"[2]. Segue dessa constatação, conforme os autores, que uma forma de trabalhar o conceito de "potenciação" a partir da ideia de agrupamento e contagem é compreender que a unidade é o ponto de partida inicial essencial, uma vez que é a partir da unidade que se estabelece um critério multiplicativo para a formulação da sequência. A unidade age como elemento desencadeador de uma sequência, que contribui para a "compreensão dos alunos não só da noção básica da potenciação como também do entendimento da razão que se leva à síntese histórica: 'todo número elevado a zero é igual a 1'" (DAMASIO; AMORIM, 2004, p. 2).

Se isso está correto, é possível conceber que uma hipótese abdutiva $P \longleftarrow Q$ [2] para atingir a meta Q [1] de habilitar o estudante a apreender o conceito de "potenciação" mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica é habilitá-lo a apreender o conceito de "critério multiplicativo a partir de uma unidade", tal que se o docente promover a apreensão do conceito de "critério

[2] Bigode (1990) menciona que a potenciação surge da necessidade de simplificar a escrita de números.

multiplicativo a partir de uma unidade", então pode habilitá-lo a apreender o conceito de "potenciação" mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica. Segue-se abdutivamente dessa hipótese $P \longleftarrow Q$ a tendência a executar a ação P [3] e dedutivamente de ambos, hipótese $P \longleftarrow Q$ e ação P, a expectativa de a realidade Q' conciliar-se com a meta inicial Q [4].

O quadro 2, a seguir, resume esse plano de ação intencional.

Quadro 2: Plano de ação intencional da meta Q de habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica.

[1]		Q – Habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica, docente.
[2]	P – Habilitar o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica, docente.	Q – Habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica, docente.
[3]	P – O docente habilita o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica.	
[4]		Q' – O docente habilita o estudante a apreender o conceito de potenciação mediante a mobilização de diferentes registros de representação semiótica.

Fonte: Elaboração nossa (2019).

Nossa primeira sugestão no presente estudo é que uma forma de atingir a submeta P poderia ser a de propor uma atividade com sucessivas dobras de papel A4 $P \longleftarrow Q$. Essa atividade habilitaria os estudantes a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência a partir da relação entre o tamanho de uma folha (t) e o número de dobras (d) realizadas, algo que poderia ser materializado pelo comando "Represente o tamanho de uma folha em função do número de dobras realizadas com ela".

O plano de ação intencional do docente poderia ser assim representado:

Quadro 3: Plano de ação intencional da meta O de habilitar o estudante a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência a partir do tamanho de uma folha (t) em função do número de dobras (d) realizadas.

[1]		... Q – Habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação...
[2]		P – Habilitar o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade...

[3]	O – Habilitar o estudante a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência a partir do tamanho de uma folha (t) em função do número de dobras (d) realizadas, docente.	P – Habilitar o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade...
[4]	O – O docente habilita...	
[5]		P' – O docente habilita...
[6]		... Q' – O docente habilita...

Fonte: Elaboração nossa (2019).

Essa submeta O, em seguida, pode ser desenvolvida em um plano de ação intecional mais complexo[3], detalhando como os estudantes podem mobilizar diferentes registros de representação semiótica. Esse plano de ação intencional foi então aplicado no nono ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Santa Catarina e no primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública federal neste mesmo estado.

Quadro 4: Desenvolvimento do plano de ação intencional da meta O de habilitar o estudante a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência a partir do tamanho de uma folha (t) em função do número de dobras (d) realizadas.

[1]		... ... Q – Habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação...
[2]		... ... P – Habilitar o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade...
[3]		... O – Habilitar o estudante a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência a partir do tamanho de uma folha (t) em função do número de dobras (d) realizadas, docente.
[4]		N_1 – Habilitar o estudante a representar a medida da superfície da folha conforme o número de dobras no registro figural, docente.
[5]	M_1 – Habilitar o estudante a observar a folha sem nenhuma dobra, docente.	
[6]	M_2 – Habilitar o estudante a representar no caderno a figura que corresponde à medida da superfície da folha quando o docente realiza sucessivas dobras, docente.	
[7]		N_2 – Habilitar o estudante a converter a representação figural para a representação tabular, docente.
[8]	M_3 – Habilitar o estudante a construir uma tabela de duas colunas e seis linhas, tal que na primeira coluna esteja representado o número de dobras	

[3] Por constrição de espaço, estamos representando apenas metas e submetas neste plano.

	da folha e na segunda coluna a medida da superfície da folha em função do número de dobras, docente.	
[9]	M_4 – Habilitar o estudante a observar o comportamento da medida da superfície da folha, em função de cada dobra realizada na folha, a fim de representar o modelo matemático que corresponde ao comportamento das duas grandezas envolvidas, tais como: tamanho da folha (t) e número de dobras (d), docente.	
[10]	M_5 – Habilitar o estudante a construir a representação algébrica, que corresponde ao modelo matemático da medida da superfície da folha em função do número de dobras, docente.	
[11]		N_3 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular para a representação algébrica, docente.
[12]	M_6 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular na representação algébrica que corresponde ao modelo matemático geral para o tamanho da folha (t) em função do número de dobras (d), generalizado pela representação algébrica $t\,(d) = \left(\frac{1}{2}\right)^d$, docente.	
[13]		N_4 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular para a representação gráfica, docente.
[14]	M_7 – Habilitar o estudante a classificar as grandezas em tamanho da folha (t) e número de dobras (d) como grandezas dependente e independente, respectivamente, docente.	
[15]	M_8 – Habilitar o estudante a identificar as unidades significativas na representação gráfica reconhecendo as grandezas variáveis tamanho da folha (t) no eixo das ordenadas e número de dobras (d) no eixo das abscissas, docente.	
[16]	M_9 – Habilitar o estudante a caracterizar as grandezas variáveis tamanho da folha (t) e número de dobras (d) como grandezas discretas, docente.	
[17]	M_{10} – Habilitar o estudante a construir o gráfico reconhecendo que cada par ordenado no registro tabular corresponde a um ponto no registro gráfico, docente.	

Fonte: Elaboração nossa (2019).

Nas sucessivas dobras de papel, a unidade descrita por Damazio e Amorim (2004) que configura o ponto de partida das atividades é representada pela folha $A4$ inteira sem dobras (d), ou seja, $d = 0$.

Nesta atividade, o conceito de potenciação está implícito na representação fracionária do tamanho da folha de papel $A4$ em função do número de dobras que o estudante realizou. Assim, podemos observar que:

a) com "zero" dobras temos a folha inteira, $\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$;

b) com "uma" dobra temos metade da folha inteira, $\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \left(\frac{1}{2}\right)$;

c) com "duas" dobras temos a quarta parte da folha inteira, $\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)$;

d) com "três" dobras temos a oitava parte da folha inteira, $\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)$;

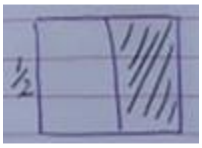
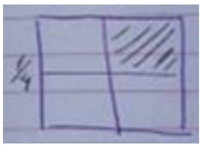
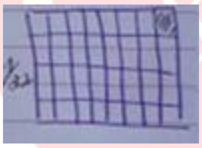
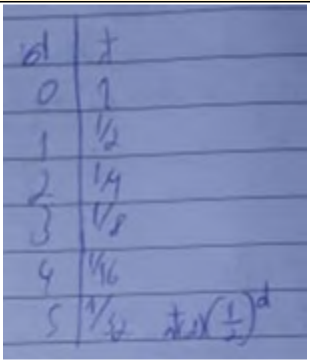
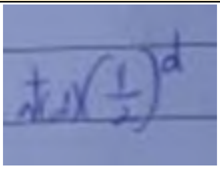
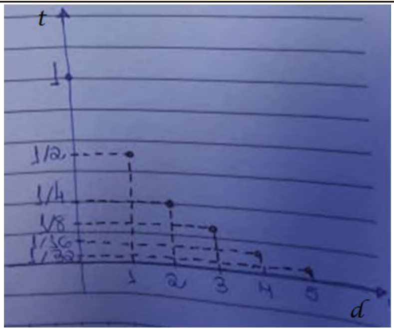
e) com "quatro" dobras temos um dezesseis avos da folha inteira, $\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{16}\right)$ e assim sucessivamente.

Consequentemente, a representação geral do tamanho da folha (t) em função do número de dobras (d) pode ser generalizada pela representação algébrica dada por:

$$t(d) = \left(\frac{1}{2}\right)^d.$$

No quadro 5, a seguir, observamos como um dos estudantes da turma representa em quatro formas, uma tabela e um gráfico os efeitos das sucessivas dobras (d) no tamanho da folha (t). Essa pluralidade de representações, por hipótese, permitiu o acesso ao objeto matemático por diferentes *semiósis.* Essas representações indicam que o estudante está mobilizando distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência, submeta O, sugerem que ele está apreendendo o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade, submeta P, e, por consequência, que está apreendendo o conceito de potenciação, meta Q.

Quadro 5: Conversão da representação das sucessivas dobras de folha $A4$ em diferentes registros semióticos.

Registro de Representação Semiótica			
Figural	Tabular	Algébrico	Gráfico
    			

Fonte: Elaboração nossa (2019).

3. ÁRVORES GENEALÓGICAS

Elaborar a árvore genealógica de uma família é outra forma de abordar a potenciação em sala de aula. Com ela, pode-se identificar o número de pessoas a cada geração ou realizar projeções ao longo do tempo e reconhecer o número de pessoas que estão ligadas a existência de um único indivíduo.

> Ao refletir sobre a árvore genealógica de cada indivíduo, podemos notar facilmente que qualquer pessoa foi gerada por outras duas: o pai e a mãe. Para gerar esse pai e essa mãe, foram necessárias mais quatro pessoas (quatro avós). Considerando uma duração aproximada de 25 anos para cada geração – já que, segundo o físico australiano John Pattison, a idade média em que as mulheres têm engravidado nos últimos séculos em várias civilizações é de 26 ± 2 anos –, verificamos que, do ano 1 d.C. até agora, já se passaram 80 gerações. Em contagem retroativa, cada indivíduo deveria ter, em um século, dois pais, quatro avós, oito bisavós e 16 trisavós. No século anterior, seriam 32 tetravós, 64 pentavós, 128 hexavós e 256 heptavós; um verdadeiro crescimento exponencial. (NASCIMENTO; BARCO, 2015, p. 54).

Diferentemente de estruturas como filas e pilhas, árvores genealógicas científicas permitem apresentar seus elementos organizados de forma hierárquica tendo um vértice inicial denominado como raiz. Moreira e Dias (2014, p. 2) definem árvore genealógica como:

> [...] estrutura que representa todo um histórico ou parte do histórico dos antepassados de um indivíduo. Trata-se de uma representação gráfica que apresenta de forma hierárquica os antepassados, podendo ou não ter informações complementares que visam permitir um melhor entendimento do histórico de um indivíduo.

Na figura 2, a seguir, podemos compreender como está organizada a árvore genealógica de uma família.

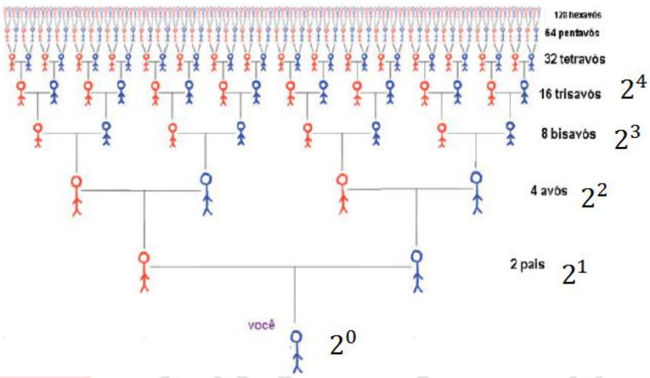
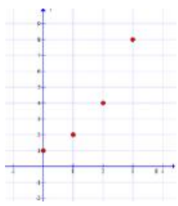


Figura 2: Esquema da árvore genealógica.
Fonte: Adaptação dos autores do diagrama de Nascimento e Barco (2015, p. 55).

Consideradas essas questões, propusemos aos estudantes do nono ano que produzissem cartazes nos quais pudessem colocar os nomes dos seus ancestrais em nuvens a serem coladas em uma cartolina e aos estudantes do primeiro ano esquemas similares ao da figura 2. Em seguida, os estudantes converteram essas informações em tabelas, gráfico e representação algébrica, o que oportunizou condições para coordenar diferentes representações matemáticas pertinentes (quadro 6, a seguir).

Quadro 6: Conversão da representação do estudo de árvores genealógicas em diferentes registros semióticos.

<table>
<tr><th>Representação figural</th><th>Representação tabular</th><th>Representação gráfica</th><th>Representação algébrica</th></tr>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><th>g</th><th>i</th></tr>
<tr><td>0</td><td>$2^0 = 1$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$2^1 = 2$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$2^2 = 4$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$2^3 = 8$</td></tr>
<tr><td>g</td><td>$i(g) = 2^g$</td></tr>
</table>
</td><td></td><td>$i(g) = 2^g$</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração nossa (2019).

Não podemos deixar de destacar aqui o aumento de custo de processamento no processo de formação de representações identificáveis, tratamento e conversão. Para exemplificar, tomemos o quadro 6, no qual a representação figural da árvore genealógica foi matematizada e convertida numa representação tabular, a partir da identificação das grandezas variáveis. Para a realização dessa conversão, foi necessário estabelecer uma relação de dependência entre as grandezas, a fim de caracterizá-las como grandeza dependente, o número de indivíduos (i), e grandeza independente, cada geração (g).

Ainda em relação ao quadro 6, observamos que a identificação das grandezas dependente e independente é fundamental para a formação da representação tabular e, consequentemente, para a realização da conversão para a representação gráfica e algébrica. Esta identificação permite que as unidades significativas de uma representação, mediante a coordenação entre as possíveis representações identificáveis, potencializem o processo de compreensão do objeto estudado.

Conforme Cardoso (2015, p. 15):

> Um registro de representação não se resume a um conjunto aleatório de unidades significativas, mas a um conjunto sintática e semanticamente estruturado dessas unidades. É por meio desse arranjo que é possível proceder a tratamentos e conversões.

O respectivo plano de ação intencional da atividade pode ser visto a seguir:

Quadro 7: Plano de ação intencional da meta O de habilitar o estudante a representar o número de indivíduos (i) em função do número de gerações (g), docente.

[1]		... ... Q – Habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação...
[2]		... ... P – Habilitar o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade...
[3]		... O – Habilitar o estudante a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência...
[4]		N_1 – Habilitar o estudante a representar o número de indivíduos (i) em função do número de gerações (g), docente.
[5]	M_1 – Habilitar o estudante a se identificar na árvore genealógica como geração zero ou primeiro indivíduo, docente.	
[6]	M_2 – Habilitar o estudante a estruturar a árvore genealógica dos seus ancestrais e representar no cartaz o número de indivíduos (i) em função do número de gerações (g), docente.	
[7]		N_2 – Habilitar o estudante a converter a representação figural em representação tabular, docente.
[8]	M_3 – Habilitar o estudante a construir uma tabela com duas colunas e seis linhas, tal que a primeira	

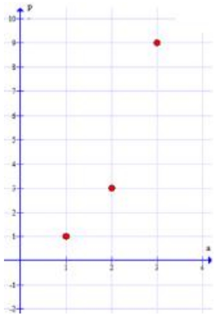
	coluna represente o número de gerações e a segunda coluna represente o número de indivíduos em função do número de gerações, docente.	
[9]	M_4 – Habilitar o estudante a observar o número de indivíduos em cada geração, para representar o modelo matemático que corresponde ao comportamento das grandezas indivíduos (i) e número de gerações (g), docente.	
[10]	M_5 – Habilitar o estudante a construir modelo algébrico correspondendo o número de indivíduos (i) em função do número de gerações (g), docente.	
[11]		N_3 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular em representação algébrica, docente.
[12]	M_6 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular na representação algébrica que corresponde ao modelo matemático geral para o número de indivíduos (i) em função do número de gerações (g), generalizada pela representação algébrica $i(g) = 2^g$, docente.	
[13]		N_4 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular em representação gráfica, docente.
[14]	M_7 – Habilitar o estudante a classificar número de indivíduos (i) como grandeza dependente e número de gerações (g) como grandeza independente, docente.	
[15]	M_8 – Habilitar o estudante a identificar as unidades significativas na representação gráfica, reconhecendo a grandeza variável número de indivíduos (i) no eixo das ordenadas e a grandeza variável número de gerações (g) no eixo das abscissas, docente.	
[16]	M_9 – Habilitar o estudante a caracterizar como discretas as grandezas variáveis número de indivíduos (i) e número de gerações (g), docente.	
[17]	M_{10} – Habilitar o estudante a construir o gráfico reconhecendo que cada par ordenado no registro tabular corresponde a um ponto no registro gráfico, docente.	

Fonte: Elaboração nossa (2019).

4. CORRENTE DO BEM

A terceira atividade utilizada em sala de aula para abordar o conceito de potenciação foi inspirada no filme "Corrente do Bem", dirigido por Mimi Leder (CORRENTE DO BEM, 2000). Nesta atividade, sugerimos que os estudantes assistissem ao filme, a fim de identificar como a representação matemática do personagem Trevor McKinney, ilustrada na primeira coluna do quadro 8 a seguir, tem relação com o estudo de potência.

Quadro 8: Representações semióticas do estudo do filme Corrente do Bem.

<table>
<tr><th>Representação figural[4]</th><th>Representação tabular</th><th>Representação gráfica</th><th>Representação algébrica</th></tr>
<tr><td></td><td><table><tr><th>a</th><th>p</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>a</td><td>$p(a) = 3^{a-1}$</td></tr></table></td><td></td><td>$p(a) = 3^{a-1}$</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração nossa (2019).

Nesta atividade, a partir da identificação das grandezas variáveis, a representação figural foi matematizada e convertida numa representação tabular. Para a realização dessa conversão, foi necessário estabelecer a relação de dependência entre as grandezas e caracterizá-las como grandeza dependente, o número de pessoas atingidas pela boa ação (p), e grandeza independente, o número de vezes que ação do bem é executada (a). A ideia de Trevor é a de que, cada pessoa que recebesse uma *boa ação* propagasse essa boa ação para outras três pessoas, estabelecendo uma *corrente do bem*.

O respectivo plano de ação intencional da atividade pode ser visto a seguir:

Quadro 9: Plano de ação intencional da meta *O* de habilitar o estudante a representar o número de pessoas atingidas pela boa ação (p), em função do número de vezes que a ação do bem é executada (a), docente.

[1]	... ... Q – Habilitar o estudante a apreender o conceito de potenciação...
[2]	... ... P – Habilitar o estudante a apreender o conceito de critério multiplicativo a partir de uma unidade...
[3]	... O – Habilitar o estudante a mobilizar distintas representações semióticas pertinentes ao conceito de potência...

[4] Disponível em: https://www.catho.com.br/carreira-sucesso/carreira/dicas-emprego/filmes-que-inspiram-a-corrente-do-bem/. Acesso em: 19 ago. 2018.

[4]		N_1 – Habilitar o estudante a representar o número de pessoas atingidas pela boa ação (p), em função do número de vezes que a ação do bem é executada (a), docente.
[5]	M_1 – Habilitar o estudante a observar como ocorre à propagação da ação do bem na história do filme "Corrente do Bem", docente.	
[6]	M_2 – Habilitar o estudante a representar no caderno a figura que corresponde ao número de pessoas atingidas pela boa ação (p), em função do número de vezes que a ação do bem é executada (a), docente.	
[7]		N_2 – Habilitar o estudante a converter representação figural numa representação tabular, docente.
[8]	M_3 – Habilitar o estudante a construir uma tabela de duas colunas e cinco linhas, tal que na primeira coluna esteja representado o número de vezes que a ação do bem é executada (a) e na segunda coluna o número de pessoas atingidas pela boa ação (p), docente.	
[9]	M_4 – Habilitar o estudante a observar o comportamento do número de boas ações em função do número de vezes que esta é executada, a fim de representar o modelo matemático que corresponde ao comportamento das duas grandezas envolvidas, tais como: número de pessoas atingidas pela boa ação (p), e número de vezes que a ação do bem é executada (a), docente.	
[10]	M_5 – Habilitar o estudante a construir a representação algébrica, que corresponde ao modelo matemático do número de pessoas atingidas pela boa ação (p), em função do número de vezes que a ação do bem é executada (a), docente.	
[11]		N_3 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular numa representação algébrica, docente.
[12]	M_6 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular na representação algébrica que corresponde ao modelo matemático geral para o número de pessoas atingidas pela boa ação (p), em função do número de vezes que a ação do bem é executada (a), generalizado pela representação algébrica $p(a) = 3^{a-1}$, docente.	

[13]		N_4 – Habilitar o estudante a converter a representação tabular numa representação gráfica, docente.
[14]	M_7 – Habilitar o estudante a classificar a grandeza número de pessoas atingidas pela boa ação (p) como dependente e a grandeza número de vezes que a ação do bem é executada (a) como independente, docente.	
[15]	M_8 – Habilitar o estudante a identificar as unidades significativas na representação gráfica reconhecendo a grandeza variável pessoas atingidas pela boa ação (p) no eixo das ordenadas e a grandeza variável número de vezes que a ação do bem é executada (a) no eixo das abscissas, docente.	
[16]	M_9 – Habilitar o estudante a caracterizar como discretas as grandezas variáveis pessoas atingidas pela boa ação (p) e número de vezes que a ação do bem é executada (a), docente.	
[17]	M_{10} – Habilitar o estudante a construir o gráfico reconhecendo que cada par ordenado no registro tabular corresponde a um ponto no registro gráfico, docente.	

Fonte: Elaboração nossa (2019).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, propomos e analisamos três atividades contextualizadas para o ensino de potência que foram especialmente projetadas para minimizar a distância entre a aplicação e a abstração desse objeto matemático. Na primeira atividade, envolvendo dobras de papel, os estudantes relacionaram a grandeza variável dependente "medida de superfície de uma folha" em função da grandeza variável independente "número de vezes que esta folha é dobrada", desenvolvendo a noção de potência de base fracionária. Na segunda atividade, envolvendo árvores genealógicas, os estudantes relacionaram a variável dependente "número de indivíduos" em função da variável independente "número de gerações" em uma árvore genealógica, desenvolvendo a noção de potência de base dois. Na terceira atividade, envolvendo correntes de solidariedade, os estudantes relacionaram a variável dependente "número de pessoas atingidas pela boa ação" em função da variável independente "número de vezes que a ação do bem é executada" no filme Corrente do Bem, desenvolvendo a noção de potência de base três.

Em comum, a organização e a avaliação do plano de atividades foram orientadas pela noção teórica de conciliação de metas de Rauen (2014) e fundamentada em processos de formação, tratamento e conversão de diferentes representações semióticas de Duval (2009, 2011). Consequentemente, o estudo comprometeu-se com os processos pragmático-cognitivos necessários para a aprendizagem, na medida em que assumimos que a apreensão de um objeto matemático se dá pela coordenação entre várias representações semióticas, de forma que a compreensão do conceito de potenciação ocorre na intersecção entre suas distintas representações.

O estudo sugeriu que o desenvolvimento das atividades viabilizou a convergência de questões práticas e abstratas sobre potenciação. A formação de representações identificáveis, o tratamento e a conversão de representações nos registros semióticos figural, tabular, algébrico e gráfico no contexto de um plano de ação intencional orientado pela noção de metas comprometidas com essas atividades cognitivas e com a apresentação de situações-problema mais próximos das vivências pragmáticas dos estudantes possibilitou uma compreensão semântica e sintática mais robusta do conceito de potenciação.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2016.

CARDOSO, M. C. **Conciliação de metas, relevância e registros de representação semiótica em matemática**, 2015. 173 f. Tese (Doutorado em Ciências da Linguagem) - Programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem, Universidade do Sul de Santa Catarina, 2015.

CATANEO, Vanessa Isabel; RAUEN, Fábio José. Registros de representação semiótica, relevância e conciliação de metas: uma análise do capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira. **Revista Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 140-170, 2018.

CORRENTE do bem. Direção Mimi Leder. Los Angeles: Warner Bros, 2000.

DAMAZIO, Ademir; AMORIM, Marlene Pires. **Educação Matemática**: Sistema Conceitual de Potenciação. GT 08 – Educação Infantil e Ensino Fundamental, UFPI, 2004. Disponível em: https://bit.ly/2mxoUvH. Acesso em: 6 jun. 2018.

DAVIS, Philip J. e HERSH, REUBEN. **A experiência matemática**. Trad. de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DUVAL, Raymound. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. Trad. de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymound. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MOREIRA, Tales H. J. DIAS, Thiago M. R. et al. Genealogia científica: uma análise hierárquica de pesquisadores orientadores. XI Simpósio de Mecânica Computacional e

II Encontro Mineiro de Modelagem Computacional. **Anais...** Juiz de Fora: ABMEC, 28-30 de maio de 2014.

NASCIMENTO, Marcio Luis Ferreira. BARCO, Luiz. A matemática da árvore genealógica: casamentos entre parentes explicam número de ancestrais menor do que o previsto matematicamente. **Revista Ciência e Saúde**, v. 56, n. 331, 2015.

OLIVEIRA, H.; PONTE, João P. (1999). **Marcos históricos no desenvolvimento do conceito de potência**. Disponível em: https://bit.ly/2lrjnGU. Acesso em 27 abr. 2018

RAUEN, F. J. Por uma modelação abdutivo-dedutiva de interações comunicativas. In: TENUTA, A. M.; COELHO, S. M. (Org.). **Uma abordagem cognitiva da linguagem** [livro eletrônico]: perspectivas teóricas e descritivas. Belo Horizonte: FALE/UFMG, 2018. p. 13-29. Disponível em: https://bit.ly/2YL4jqj. Acesso em 28 abr. 2019.

RAUEN, F. J. For a goal conciliation theory: ante-factual abductive hypotheses and proactive modelling. **Linguagem em (Dis)curso**, v. 14, n. 3, p. 595-615, set./dez. 2014. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1982-4017-140309-0914. Acesso em 28 abr. 2019.

RAUEN, F. J. Hipóteses abdutivas antefactuais e modelação proativa de metas. **Signo**, Santa Cruz do Sul, v. 38, n. 65, p. 188-204, jul./dez. 2013. Disponível em: http://dx.doi.org/10.17058/signo.v38i65.4565. Acesso em 28 abr. 2019.